

# 統計的探究プロセスにおける 批判的思考に関する研究 — 新型コロナウイルスのデータ分析による 枠組みの構築から —

## **A Study of Critical Thinking in the Statistical Inquiry Process: From the Construction of a Framework by Data Analysis of the New Coronavirus**

新 井 仁

ARAI Hitoshi

### 要 約

本研究の目的は、統計的探究プロセスにおける数学との往来に關与する批判的思考の様相を明らかにすることである。この目的に対して、Wild-Pfannkuch (1999) が示した統計的探究において絶えず使用されるとする一般的な思考過程（尋問サイクル）について、大学生のデータ分析過程を整理することにより修正を図り、A：外部から得たデータ、B：外部から得た見解、C：他者の発想・判断、D：自分自身の発想・判断、E：所々で得た結果、の5つを対象とし、1：正しいか、2：理にかなっているか、3：既知の事実と一致しているか、4：目的は何か、5：先入観や思い込みになっていないか、6：感情的になっていないか、の6つの基準で尋問する批判的思考を捉える枠組みを構築した。

今後の課題として、批判的思考が文脈に依存しない数学の学びに及ぼす効果を明らかにすること、批判的思考の数学科カリキュラムにおける位置付けを明確化すること、批判的思考の質的な高まりの様相を明らかにすること、リアルデータを使った統計的探究により数学の学びが深まることを実証し学習指導への示唆を得ることとした。

キーワード 統計的探究プロセス 批判的思考 新型コロナウイルス

### 1. 問題意識及び研究目的

統計的な内容は、日本では数学科の内容の1つとして位置付けられているが、数学とのつながりが希薄であれば、数学科から独立した扱いになる可能性も否めない。しかし、リアルデータに基づいた統計的探究プロセスにおいて、学習者にとっての新たな数学や高度な数学に触れながら学ぶ「概念学習型」（西村（2012）が定義）の授業となることが期待できるものと考え。そして、概念学習型の授業では批判的思考が文脈と数学との往来に關与するのではないかと考え、統計的探究プロセスにおける数学との往来に關与する批判的思考の様相について明らかにすることを、本研究の目的とした。

## 2. 批判的思考の捉え

### 2.1 数学教育における批判的思考

久保 (2016) は、「数学教育における批判的思考は、対話により課題が明確になり、その解決に向けて情報を精査し、自他の考えを対比しながら他者の立場に立って検討し、公平、平等といった概念を加えながら先入観にとらわれることなく真実により近づいていくものであり、ここでは、その過程において民主的な社会の構築という目的に対する態度形成が求められるとともに、文脈に適切な背景となる数理科学的な知識やストラテジーが重要な意味を持つと捉えることができる」(p.101) と述べている。

福田 (2016) は、批判的思考力の育成と統計教育の関係をとり上げ、「批判的思考を人間は本性として持っているのではないかと示し、さらに「情報を扱う数学教育は、本性である批判的思考に敢えてフォーカスを当てなければならない。不易であるためこれまで無意識的に行ってきた批判的思考を、数学教育研究として顕在化させ、育成する対象にし、批判的思考に高低のレベルという刻み目を考察する必要がある」(p.127) と述べている。

統計教育に関して、渡辺 (2016) は、「予測と制御のための統計的モデリング」の中で不確実性の数理モデルとしての統計的モデルを定義し、日常の現象のモデリングに果たす社会的役割を述べている。

以上のことから、数学教育・統計教育について批判的思考に焦点を当てて検討することは、重要な意味をもつものと考えられる。

### 2.2 本研究における批判的思考

「教員環境の国際比較 OECD 国際教員指導環境調査 (TALIS) 2018 報告書」では、児童・生徒に批判的思考を促すことについて、日本の教育における批判的思考を促す指導は他国と比較して極めて不十分である実態が示されている。しかし、同書では、「日本語の「批判的」という言葉に含有されうる否定的な印象のために、この質問項目に対し、日本の教員の肯定的な回答の割合が低かった可能性がある」(p.57) とも指摘している。つまり、批判的思考力の育成は日本の算数・数学教育において喫緊の課題である反面、「批判的」という言葉が否定的な印象を与えるとすれば、数学の授業において重要な意味をもつ思考としての批判的思考を規定する必要があるものと考えられる。

そこで、MACMILLAN English DICTIONARY、成田喜一郎 (2020) の見解、成田滋 (兵庫教育大学名誉教授) の見解、及び「クリティカル・シンキング入門編」(E.B.Zechmeister 他著、宮元博章他訳 (1996)) を参考とし、本研究における批判的思考を次のように規定する。

何らかの判断を迫られる分岐点において、目的は何かを常に意識し、自他の思考傾向が違うことを前提に、ものごとを鵜呑みにせず、慎重に検討し、自分の頭で理にかなった方法で考え、疑問が尽きるまで問い続け、適切な結論を得るための思考。

## 3. 統計的探究プロセスと批判的思考

### 3.1 統計的探究プロセスの位置付け

「データの活用」領域の指導の意義について、中学校学習指導要領 (平成29年告示) 解

説数学編 (p.54) では、「日常生活においては、不確実な事象についてデータに基づいて判断する場面が多いので、目的に応じてデータを収集して処理し、その傾向を読み取って判断することが有用であること」、「よりよい解決や結論を見いだすに当たって、データに基づいた判断や主張を批判的に考察することが有用であること」の2つが考えられるとしている。また、統計的な問題解決活動では、一般的に「問題 (Problem) - 計画 (Plan) - データ収集 (Data) - 分析 (Analysis) - 結論 (Conclusion)」(PPDAC) という段階からなる統計的探究プロセスが用いられる。そして、途中で計画を見直したり、得られた結論が妥当かどうか問題に照らして振り返ったりしながら、より適切な結論に至るよう進められることを期待している。

### 3.2 中学校「データの活用」領域の課題

青山 (2018) は、「現行の教科書ベースの統計指導においては、問題設定やデータ収集などのプロセスは省略され、提示されたデータを目的も不明確に分析せざるを得ない状況となっている」(p.98) と指摘している。教科書の特性上仕方ない面もあるが、生徒自ら問題を捉え、計画を立て、データを収集する部分を、何らかの形で授業に位置付けることが求められる。つまり、生徒自ら問題を捉え、問題解決のための計画を立て、データを収集して問題解決を果たす学習を位置付けることが困難であり、このような学習を可能にする問題設定の難しさを本領域の課題として指摘する。

また、統計的探究プロセスでは、問題設定以降、数値や加工したグラフなどを使って分析した結果に基づいてまとめられるため、これらの段階に数学の学習を位置付けることはあまり期待できない。分析の段階では、データの整理やグラフ化など、データを使った学習が行われるが、作業的な側面が強く、いわゆる数学の世界での数学の内容 (以後「数学」と表記) の学習に移行する可能性はありながら、その場面を看過すると数学の学習には移行しにくい。つまり、「データの活用」は数学科の1つの領域でありながら、数学の学習が位置付きにくく、本領域の学習が数学の学習と乖離しがちであるといえる。このことに関連し、三浦 (2012) は、「統計内容を学ぶことで、算数や数学的概念が日常生活にもとづくものであるという認識を生徒が強くもてることは、算数・数学教育の効果的展開においても必要であり、最近の生徒の数学離れを解決する一つの有効な方策となります」(p.17) と述べており、「データの活用」領域の学習が数学教育の効果的展開に寄与すると捉えるべきだと考えたい。統計的探究プロセスの分析 (Analysis) の段階で数学の学習に移行する可能性がある場面を看過せず適切な指導を行うことにより、文脈から離れて数学の学習に移行したり、文脈に戻ったりしながら学びを深めることが期待できる。しかし、この部分が脆弱であることを、本領域と数学の学習との関連に関わる課題として指摘する。

### 3.3 統計的探究と数学的活動

統計の内容を学ぶことにより、数学的概念が日常生活に基づくものだと認識することができ、数学教育の効果的展開においても重要な側面をもつとした場合、統計的な問題解決の方法を知る授業づくりは統計の内容に止まるものではなく、数学を効果的に学ぶ機会を生み出すものであると考える。その際、データを活用して得た指標 (数値) などを大切に扱いつつも、この指標で十分語ることができるかなどを考えることにより、新たな数学の学習に移行することも期待できる。不確実性が高い統計の内容では、このような場面で批

判的思考が働き、数学を学ぶ機会を得る可能性があるものとする。

日本の学校教育では、数学科の中で統計的な内容が扱われるが、Weiland (2019) は、数学と統計は学問として異なる領域であり、確率でつながっていると指摘し、相違点の1つとして文脈の存在の有無を挙げている。また、delMas (2004) は、数学は文脈から抽象化された構造に焦点を当てるため、数学的推論では文脈要素は必ずしも必要ではないと指摘している。Wild-Pfannkuch (1999) は図1を示し、文脈領域と統計領域を往来することの必要性を述べている。

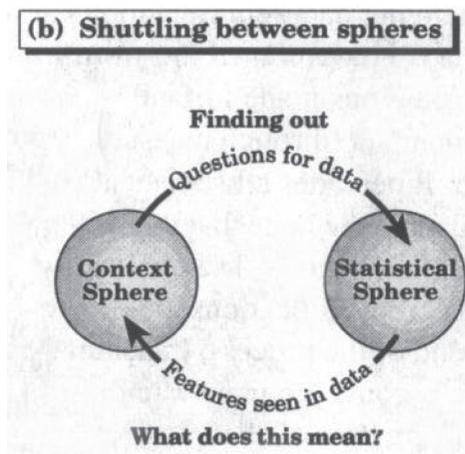


図1 文脈領域と統計領域の往来

これらのことから、文脈領域と統計領域の往来は、分析 (Analysis) の段階で顕著に表れ、その際に批判的思考が働き、統計の内容と数学の内容との橋渡しに参与する可能性があるものとする。

#### 4. 批判的思考を捉える枠組みの構築

##### 4.1 統計的探究と尋問サイクル

Wild-Pfannkuch (1999) は、統計的探究において絶えず使用されるとする一般的な思考過程 (尋問サイクル) として図2を示し、Seek (自分自身の内面的な部分及び外面的な情報やアイデアを捜し求める段階) と Criticise (自分自身の考え及び外部からの情報

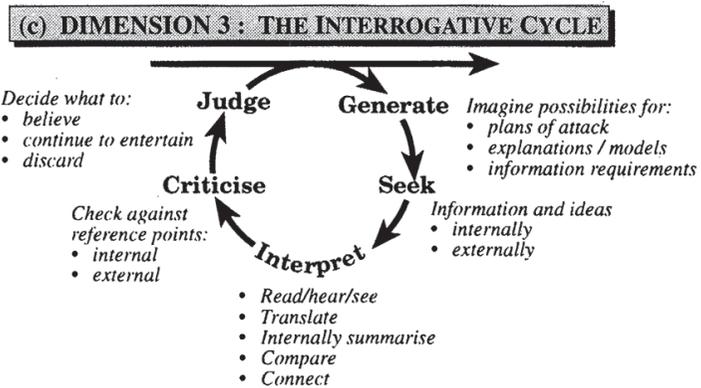


図2 次元3：尋問サイクル

について基準を設けて批判する段階) を位置付け、Criticise は外部からの情報に対して批判する段階であり、「正しいか」「理にかなっているか」「自分や他の人が知っていることと一致しているか」を基準として示している。また、自分自身の思考を監視する基準として、「思考の目的 (目的は何か)」「信念体系 (不当な先入観に導かれていないか)」「感情的な反応」の3つがあるとしている。

##### 4.2 批判的思考を捉える枠組みの構築の準備

統計的探究プロセスと数学との往来に参与すると考えられる批判的思考を捉えるために、Wild-Pfannkuch (1999) の論旨及び筆者の経験に基づき、仮枠組を作成した (表1)。

表 1 仮枠組み

基準 \ 尋問の対象	A 外部から 得たデータ	B 外部から 得た見解	C 他者の 発想・判断	D 自分自身の 発想・判断
1 正しいか	A 1	B 1	C 1	D 1
2 理にかなっているか	A 2	B 2	C 2	D 2
3 既知の事実と 一致しているか	A 3	B 3	C 3	D 3
4 目的は何か	A 4	B 4	C 4	D 4
5 先入観や思い込み になっていないか	A 5	B 5	C 5	D 5
6 感情的になっていないか	A 6	B 6	C 6	D 6

その後、大学生の統計的探究プロセスで見られた思考の分析を通して仮枠組みを修正し、批判的思考を捉える枠組みの構築を試みた。

### 4.3 新型コロナウイルスのデータ分析における批判的思考の様相

#### 4.3.1 素材分析 [1] 基本再生産数 ( $R_0$ ) と実効再生産数 ( $R_t$ )

再生産数とは、1人の感染者が新たに発生させる感染者数の平均で、「基本再生産数 ( $R_0$ )」と「実効再生産数 ( $R_t$ )」は、次のように定義されている。

基本再生産数 ( $R_0$ ) : ある感染症に対して免疫をもたない集団において、1人の感染者が感染期間に新たに感染させる人数の平均

実効再生産数 ( $R_t$ ) : 一定の対策下で、1人の感染者が感染期間に新たに感染させる人数の平均

WHO (世界保健機関) の暫定的評価によると、新型コロナウイルス感染症の場合、1人の感染者は平均で直接1.4~2.5人を感染させると報告されている。 $R_t$ の算出方法として、西浦博 (京都大学) は次の数式モデルを示している (以後「西浦モデル」と表記)。

$$\left( \frac{\text{直近7日間の新規陽性者数}}{\text{その前7日間の新規陽性者数}} \right)^{\frac{\text{平均世代時間}}{\text{報告間隔}}}$$

一方、Cori ら (2013) は「流行時の伝染性の定量化は、公衆衛生対応の設計と調整に不可欠である。伝染性は、感染者によって引き起こされた二次的症例の平均数である生殖数  $R$  によって測定することができる。流行の過程で  $R$  を推定するいくつかの方法が提案されている。ただし、それらは通常、統計的モデリングの強力な背景がなければ実装が困難である」(p.1505) と述べ、 $R_t$ の計算は簡単なものではないということを指摘している。そして、表計算ソフトを用いて発生時系列から  $R_t$ を推定するためのツール (以後「Cori ツール」と表記) を開発し、実測に基づいてその精度の高さを示している。そこで、西浦モデルと Cori ツールの両者を用いて東京都のデータから  $R_t$ を算出し、両者の結果を比較してみた。図 3 は、西浦モデルと Cori ツールのそれぞれによる  $R_t$ の算出結果を同一座標平面上に表し、各日の差 ([Cori ツール] - [西浦モデル]) を加えたものである。

これより、次のことがわかる。

- ・全体の形状は類似している。
- ・陽性者数が急激に増加した3月下旬から4月上旬は両者の差が大きい。
- ・ $R_t$  が1より大きい場合、Cori ツールによる  $R_t$  の方が比較的大きい傾向。
- ・ $R_t$  が1より小さい場合、西浦モデルによる  $R_t$  の方が比較的大きい傾向。
- ・ $R_t$  が1に近い場合、両者の差は小さい。
- ・増減の割合（傾き）が大きい区間では、差が大きい。

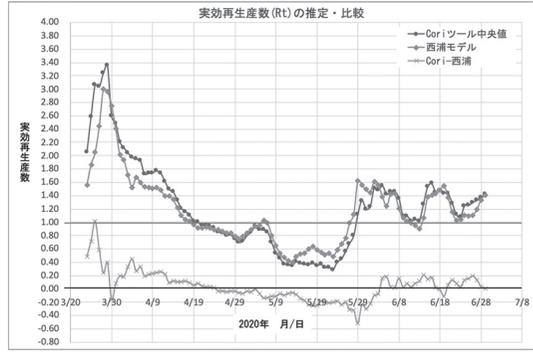


図3 Cori ツールと西浦モデルによる  $R_t$  の比較

西浦モデルによる  $R_t$  は、特に急激な増加の場合に小さめに算出されるということになり、この点が簡易モデルである西浦モデルの限界だと考えられる。

西浦モデルは、2週間前からの7日間の新規陽性者数を  $x$  人、直近7日間の新規陽性者数を  $y$  人とする、①の式で表すことができる。

$$R_t = \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{5}{7}} \dots \textcircled{1}$$

この式について、 $xy$  座標平面の原点における法線ベクトル方向に  $R_t$  軸をとり、三次元のグラフで表すと図4のようになる（「西浦3Dモデル」とする）。①上の点の位置は  $x$  と  $y$  の比で決まるため、西浦3Dモデルに  $x = 1$ 、 $y = 1$ 、 $z = 1$  の3平面を加えると図5のようになり、①と  $x = 1$ 、 $y = 1$ 、 $z = 1$  の3平面との交線は、それぞれ②、③、④の式になる。

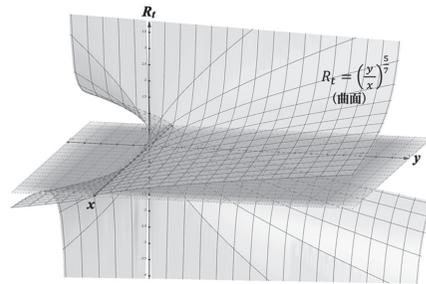


図4 西浦3Dモデル

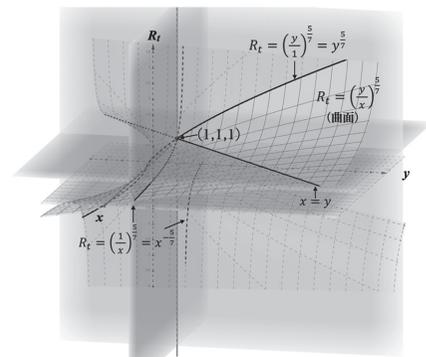


図5 曲面上のグラフ

これらの式から、次のことがいえる。

- ・ $x$  に対し、 $y$  が相対的に大きくなる（増加する）場合、 $R_t$  を読み取るための点は②のグラフ上を  $y$  軸の正の方向に移動し、 $R_t$  は大きくなる。
- ・ $x$  に対し、 $y$  が相対的に小さくなる（減少する）場合、 $R_t$  を読み取るための点は③のグラフ上を  $x$  軸の正の方向に移動し、 $R_t$  は小さくなる。
- ・ $x$  と  $y$  が等しい（増減がない）場合、 $(x, y)$  の値の大小によって  $R_t$  を読み取るための点の位置は変わるが、その点は常に④のグラフ上に存在し、 $R_t = 1$  となる。

### 4.3.2 素材分析 [2] 東京都の新型コロナウイルス感染に関するデータ分析

Go To トラベルキャンペーンでは、東京都だけが除外された。図6は、当時の東京都におけるPCR検査新規陽性者数と累計人数の推移である。しかし、都内一律で同じ対策を講じた判断は正しかったのか疑問である。そこで、東京都内を23区・26市・5町・8村の合計62自治体に分け、感染拡大と関係する要因の特定を試みた。なお、データは東京都除外発表前日の令和2年7月15日現在のものを用いた。

図7は、自治体別で陽性者数累計推移を示したグラフである。自治体によって陽性者数推移は多様で、各自自治体の状況（自治体の姿）の違いに基因するものと考えられる。

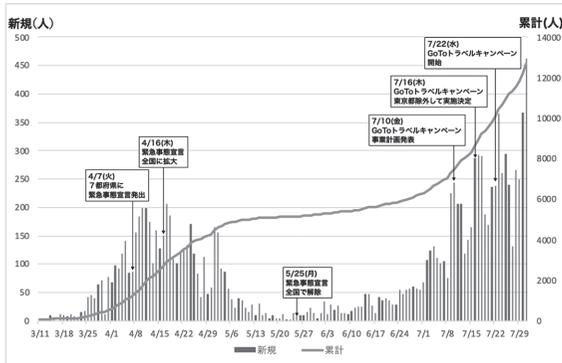


図6 東京都のPCR検査陽性者数の推移

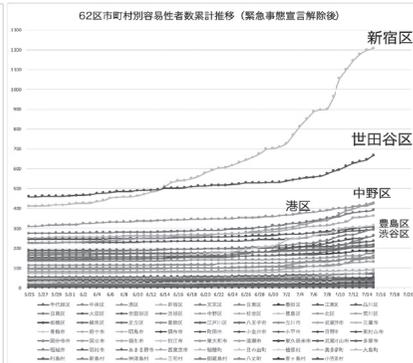


図7 自治体別陽性者数累計推移

図8は、総人口と陽性者数の重回帰分析の結果である。新宿区は総人口に対して陽性者数が極めて多いこと、港区や中野区は総人口に対して陽性者数が比較的多いこと、八王子市や町田市は総人口に対して陽性者数が比較的少ないことなどを読み取ることができる。これらは、各自自治体の姿（各種施設数、人々の流れなど）の違いから影響を受けているものと考えられる。

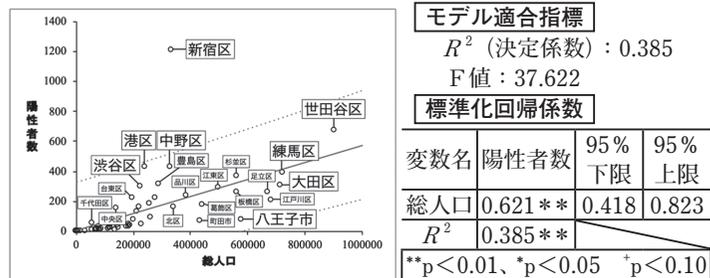


図8 総人口と陽性者数

この他、飲食店数、昼夜間人口比率なども取り上げたが、詳細は割愛する。

### 4.3.3 問題場面

令和2年7月16日、Go To トラベルキャンペーンから東京都が除外された。しかし、東京都全体を一律に除外するべきかどうか疑問が生じる。そこで、前日の7月15日現在のデータに基づき、感染拡大と関係する要因の特定を試みた。

### 4.3.4 学習者の学びの様子

令和2年9月4日・8日・11日、都留文科大学4年3名（S生、Y生、W生）が取り組んだ様子を記録し、これに基づいて分析を行った。

#### 4.3.4.1 体験に基づいた変数への疑念と変更

問題場面に對し、次のような議論が行われた。(T：筆者)

- W01 (東京都除外) 結果として仕方なかったと思う。油断すると感染拡大して大変なことになるぞという警告の意味もあったのかな。[中略]
- Y01 東京都(除外)は仕方ないというのは、諦めめ？でも、23区内とかは仕方ないと思うけど、市とかも一緒にするのは違うかなという気がする。[中略]
- W03 (東京都の区市町村別の陽性者数を見て) やっぱ新宿とかすごいですね。[中略]
- W04 人口が多ければ陽性者数が多いのは当たり前で、… [中略]
- T02 自治体ごとの人口と陽性者数の関係を調べてみるか。(図8を提示して) 人口が多いと陽性者数が多いということは、もう大前提ということね。
- Y02 陽性者数が多いということは、人口が多いはずじゃないですか。[中略]
- T04 だとしたら、改めてこのグラフ(図8)を見て、どう思う？
- S03 世田谷は確かに人口が多くて陽性者数も多いことがわかるけど、新宿は…
- Y03 新宿は世田谷より陽性者数が多いけど、人口は少ないよね。[中略]
- W06 面積が狭いところは、人が集まりやすい。要するに、人口密度…新宿の方が、世田谷より人口密度が高いからじゃないかな。わかんないけど、どうなんですかね。
- Y04 人口密度については、考慮した方がいいと思います。[中略]
- S04 (千代田区はビジネス街だという話題から) 人口というのは、住んでいる人口ということですよ。お昼の人口ということではなくて…。[後略]

#### 4.3.4.2 新たな指標「p値」の学習

p値について、次のようなやり取りの後、文脈から離れて学ぶ機会を据えた。

- T08 p値は説明変数と目的変数の相関の強さを表す指標。高校で勉強しなかった？
- W07 やっていません。p値って何ですか？(他2名も同様) [後略]

#### 4.3.4.3 ステップワイズ法と間接相関・疑似相関

ステップワイズ法で変数を特定した後、間接相関・疑似相関を学ぶ機会を据えた。

- S06 歯医者さんで感染する人が多いということじゃないですか？
- W09 歯医者さんって、感染しやすそうだもんね。[中略]
- Y05 そんなに感染していれば、報道されるはずだよ。[中略]
- S07 確かに歯医者さんって、結構そこら中にあるような感じだよ。[中略]
- W11 人口が多いところには歯医者が多いから、歯医者が多いところは陽性者数が多いと見えるだけで、歯医者の数と陽性者数は関係ないということか。[後略]

#### 4.3.4.4 実効再生産数( $R_t$ )と三次元グラフの学習

東京都の $R_t$ の推移のグラフを観察した後、居住地の山梨県について調べると、陽性者数はそれほど多くない状況において $R_t$ が短期間で大きく変動していることに違和感をもったので、西浦モデルについて調べることにした。なお、Cori ツールも紹介している。

- S08 数値が1より小さくなればいいとか何とかいう数値があって… [中略]  
 T15 実効再生産数だね。それで、実効再生産数のグラフは…  
 Y07 三次元のグラフになるって… [中略]  
 W12  $x$ と $y$ は増え続けて、 $z$  ( $R_t$ ) は行ったり来たりじゃないですか。(←陽性者が増加傾向にあった時期で、増え続けているように見える。)  
 T20 (西浦モデルによる)  $R_t$ の計算には、2週間前からのデータが必要だね。[中略]  
 W13 西浦モデルの限界。Cori ツールだと1週間前のデータで算出できますね。[中略]  
 T22 1週間で1500人も陽性者が出るところもあれば、1週間で数百人程度のところもあるでしょ。だから、 $x$ と $y$ って結構変動が大きいけれど…  
 Y09  $z$  ( $R_t$ ) はそれほど変動していない。[後略]

3名の学生は、図4・5をパソコンで視点を変えながら観察した。「陽性者数の増加の程度が大きくなるほど、 $R_t$ の感度が鈍くなる」こと(図9)、「2週間で倍増以上に変化した場合、 $R_t$ は急激に大きな値になり、感度が敏感になり過ぎる傾向がある」こと(図10)を読み取り、西浦モデルで計算された $R_t$ は、特に陽性者が少人数で変動する場合に信頼できる値とはならないと結論付けた。

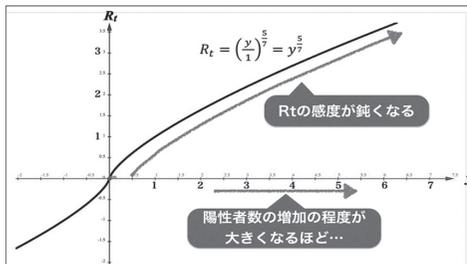


図9 陽性者数の増加傾向と  $R_t$

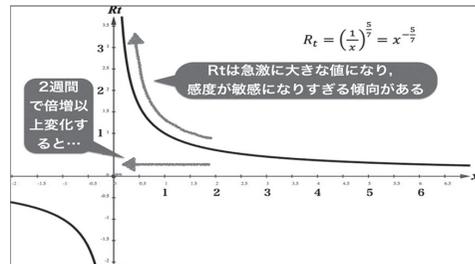


図10 陽性者数の減少傾向と  $R_t$

#### 4.3.5 学習者の批判的思考

統計的探究プロセス(前半)における学生の思考は、次のように捉えられる。

- 
- W01: 東京都除外は、「結果として仕方なかった」と感情的に判断したもので、批判的思考ではないが、Y01の批判的思考を誘発する刺激となっている。[刺激]  
 Y01: 「W01の発想・判断=他者の発想・判断」に対し、「感情的になっていないか」「理にかなっているか」を基準に尋問。[C6] [C2]  
 W04: 「人口が多ければ陽性者数が多い」という考えは、先入観や思い込みによる判断で、批判的思考ではないが、W06の批判的思考を誘発する刺激となっている。[刺激]  
 Y02: 先入観や思い込みで判断したもので、批判的思考ではないが、S03・Y03の批判的思考を誘発する刺激となっている。[刺激]

S03・Y03:「Y02の発想・判断=他者の発想・判断」に対し、人口と陽性者数の相関図を根拠として、「先入観や思い込みになっていないか」を基準に尋問。[C5]

W06:「W04の発想・判断=自分自身の発想・判断」に対し、人口密度を視点として、「正しいか」を基準に尋問。[D1]

Y04:「W06の発想・判断=他者の発想・判断」に対し、「理にかなっているか」を基準に尋問し、人口密度で考える方が適切だと判断。[C2]

【外延量・内包量の学習へ移行】

S04:「人口=外部から得たデータ」に対し、千代田区はビジネス街で居住者は少ないはずだと考え、「既知の事実と一致しているか」を基準に尋問。[A3]

W07:「途中で得られた結果」に対し、「既知の事実と一致しているか」を基準に尋問し、既知の事実には存在しないと判断。[□3]

【統計検定、p値の学習へ移行】

S06・W09:「途中で得られた結果」に対し、先入観や思い込みで判断したもので、批判的思考ではないが、Y05の批判的思考を誘発する刺激となっている。[刺激]

Y05:「S06・W09の発想・判断=他者の発想・判断」に対し、「既知の事実と一致しているか」を基準に尋問。[C3]

S07・W11:「S06の判断=自分自身の発想・判断」に対し、Y05の意見を踏まえ、「既知の事実と一致しているか」を基準に尋問。[D3]

【間接相関、疑似相関の学習へ移行】

-----  
また、西浦モデルで算出した  $R_t$  の値に違和感をもち、数値に対する正しい姿勢を指摘したことは、得られた数学的結論について文脈に戻って解釈した学びである。この統計的探究プロセス（後半）における学生の学びでは、次のことがきっかけとなっている。

S08:「西浦モデル=外部から得た見解」に対し、「目的は何か」を基準に尋問。[B4]

【三次元のグラフの学習へ移行】

W13:「西浦モデル=外部から得た見解」に対し、「先入観や思い込みになっていないか」を基準に尋問し、限界を判断。[B5]

-----  
ここで、W01、…、W13を仮枠組（表1）に沿って整理しようとする、次の問題点が生じる。

- ・W01、W04、Y02、S06、W09は、基準をもたずに述べた内容であるため、批判的思考ではないが、「批判的思考を誘発する刺激」であるものと考えられ、無視できない。
- ・W07は、所々で得た結果を尋問の対象とした批判的思考だと捉えられるが、その項目がない。

これらを踏まえ、仮枠組を修正し、学生の思考を表2のように整理した。

表2 仮枠組みの修正と思考の整理

基準 \ 尋問の対象	A 外部から得たデータ	B 外部から得た見解	C 他者の発想・判断	D 自分自身の発想・判断	E 所々で得た結果
1 正しいか				W06	
2 理にかなっているか			Y01 Y04*		
3 既知の事実と一致しているか	S04		Y05	S07** W11**	W07**
4 目的は何か		S08**			
5 先入観や思い込みになっていないか		W13	S03 Y03		
6 感情的になっていないか			Y01		
批判的思考を誘発する刺激	W01、W04、Y02、S06、W09				

※…数学の学習への移行に直接関与したと考えられる批判的思考

#### 4.4 統計的探究プロセスにおける批判的思考を捉える枠組み

統計的探究プロセスの Analysis において、単に批判して終わるのではなく、解釈した内容を問い直したり、所々で得た結果を問い直したりするなど、常に振り返りながら探究が行われると捉えるべきだと考えるに至った。具体的には、次のような行為が遂行される。

- ・ 解釈した内容を問い直し、その解釈の妥当性を確認してそのまま尊重する。
- ・ 解釈した内容に対し、何らかの疑念を抱いて解釈し直す。
- ・ 所々で得た結果を問い直し、その背景を探る。
- ・ 所々で得た結果に疑念を抱き、再度求め直す。
- ・ 元になるデータを問い直し、新たなデータの収集を試みる。
- ・ データの収集方法を問い直し、より信憑性の高いデータの収集を試みる。

これらから、統計的探究プロセスの、特に Analysis の段階で批判的思考が見られるものと捉え、図11の模式図で表した。

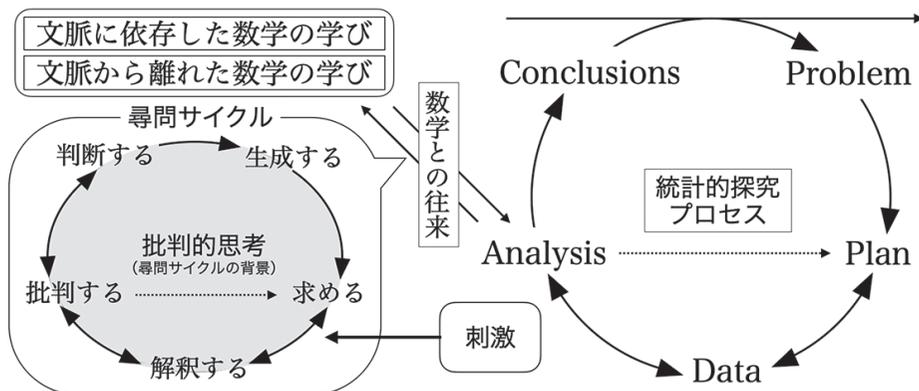


図11 統計的探究プロセスと批判的思考の関係

また、批判的思考を捉える枠組みを表3のように構築した。

表3 批判的思考を捉える枠組み

尋問の対象 基準	A 外部から 得たデータ	B 外部から 得た見解	C 他者の 発想・判断	D 自分自身の 発想・判断	E 所々で得た 結果
1 正しいか					
2 理にかなっているか					
3 既知の事実と一致しているか					
4 目的は何か					
5 先入観や思い込み になっていないか					
6 感情的になって いないか					
批判的思考を 誘発する刺激					

※…数学の学習への移行に直接関与したと考えられる批判的思考

なお、例えば「A 外部から得たデータ」に対する「1 正しいか」を基準とした尋問に対応する部分を **A1** のように表すこととする。

## 5. 中学校数学科の具体事例に対する生徒の思考

模式図(図11)と枠組み(表3)を用い、筆者が中学校で行った3つの授業における生徒の思考の分析を試みた。これらは「記述統計だけを用いる場合」と「変数間の関数関係を捉える活動を含む場合」に分けられる。ここでは、後者に属する授業「平成18年の花粉症対策」の分析を示し、統計的探究プロセスにおける数学との往来について述べる。

### 5.1 事例「平成18年の花粉症対策」の学習活動の具体

平成17年8月、過去のデータから平成18年のスギ花粉飛散量を予測し、「平成18年の花粉症対策」を考える学習活動を位置付けた。この学習は、次の2段階を踏む。

《第1段階》平成16年までの夏期の気象状況を示すデータから平成17年のスギ花粉飛散量を予測し、実測値と比較する。これにより、予測方法の修正を図ったり、信憑性を確認したりして、予測方法を特定する。

《第2段階》平成16年までの夏期の気象状況を示すデータに平成17年のデータを加え、第1段階で特定した予測方法により、平成18年のスギ花粉飛散量を予測し、花粉症対策を考える。

生徒は一次回帰グラフを求めた後、一次回帰グラフ上の点の座標を読み取り、平均気温から約2533個/cm<sup>3</sup>、降水量から約3535個/cm<sup>3</sup>、日照時間から約2841個/cm<sup>3</sup>という予測値を得た。

MD01 3つの予測値がバラバラで、予測値ははっきりしません。

T01 スギ花粉飛散量に対して、平均気温、降水量、日照時間のどれが最も関係が強いかを判断する方法はありませんか。

IS01 以前、数値を並べ替えて比べたので、同じようにできると思います。

T02 過去の飛散量の多い順に並べてみました。最も（飛散量が）多かった平成7年は、前年夏期の平均気温（昇順）、降水量（降順）、日照時間（昇順）が3つとも第1位になっていることがわかります。[後略]

KM生は、平均気温、降水量、日照時間のそれぞれの順位とスギ花粉飛散量の順位から、順位の違い及びその二乗を求めた。SN生は、前年夏期の平均気温、降水量、日照時間のそれぞれの順位とスギ花粉飛散量の順位を比較し、順位との差の総和及び差の二乗の総和を根拠に、最も重視すべき説明変数を降水量、次に重視すべき説明変数を日照時間とした。

KM01 順位の違いの合計は、降水量が最も小さく、平均気温が最も大きくなっています。

OY01 最も重視すべき項目が降水量、次が日照時間ということになりますね。[中略]

T04 それでは、今年（平成17年）の7月の気象状況から平成18年のスギ花粉飛散量を予測して、平成18年の花粉症対策を考えてみましょう。[後略]

その後、7月の気象状況に関する資料に基づいて導いた、右の仮想数値<sup>\*</sup>を提示した。

	前年夏期 平均気温 (°C)	前年夏期 降水量 (mm)	前年夏期 日照時間 (時間)	スギ花粉 飛散量 (個/cm <sup>3</sup> )
平成17年	25.1	120.0	434.5	4153.1
平成18年	23.2 <sup>*</sup>	297.0 <sup>*</sup>	281.2 <sup>*</sup>	予測

※ 授業日は8月5日だったため、

平均気温は7月と同じ値、降水量と日照時間は7月の2倍の値を仮想数値とした。

各自で数値を入力し、それぞれの説明変数による予測値を右のように求めた。

平均気温からの予測	降水量からの予測	日照時間からの予測
508個/cm <sup>3</sup>	842個/cm <sup>3</sup>	920個/cm <sup>3</sup>

KM02 3つの予測値は求められたけれど、平均気温からの予測値は小さいね。

OY02 降水量と日照時間を重視して、900個/cm<sup>3</sup>程度と予測していいと思います。  
[中略]

IH01 花粉症の人でも、マスク程度で十分で、薬まではいらなと思います。[後略]

## 5.2 学習者の批判的思考

本事例に対する生徒の思考の様相は、次のように捉えられる。

MD01 : 「データに基づいて得た結果＝所々で得た結果」に対し、これら全てを使って考えることは「理にかなっているか」を基準に尋問。 E 2

IS01 : 「MD01の発想・判断=他者の発想・判断」に対し、「目的は何か」を基準に尋問し、翌年の飛散量の予測のため、説明変数に軽重をつける方法を探っている。

C 4

【順位の差を使い、偏差や分散の考えにつながる数学の学習へ移行】

KM01 : 計算結果を述べただけで、批判的思考ではないが、KM02の批判的思考を誘発する刺激となっている。刺激

OY01 : 「計算結果=所々で得た結果」に対し、「目的は何か」を基準に尋問し、説明変数の軽重を判断。E 4

T04 : OY01を踏まえ、仮想数値を提示し、予測値を求めるように促した。刺激  
生徒は予測値を求め、一次関数の式とグラフの関係について学習する機会を得た。

【一次関数の式とグラフの関係に関する学習へ移行】

KM02 : 「KM01の発想・判断=自分自身の発想・判断」に対し、「理にかなっているか」を基準に尋問し、説明変数から平均気温を除外する判断の根拠を探っている。

D 2

また、説明変数を降水量と日照時間に限定して予測値を特定する OY02の批判的思考を誘発する刺激となっている。刺激

OY02 : 「KM02の発想・判断=他者の発想・判断」に対し、「目的は何か」を基準に尋問し、説明変数を降水量と日照時間に限定した上で、予測値を約900個/cmと特定。

C 4

本事例では、社会的で比較的身近な問題を取り上げ、変数間の関数関係を捉える活動を含む統計的探究を位置付けている。MD01・IS01をきっかけとし、偏差や分散につながる考え方を学ぶ機会、及び、KM01・OY01をきっかけとし、一次関数の式とグラフの関係について学ぶ機会を得ている (図12、図13)。

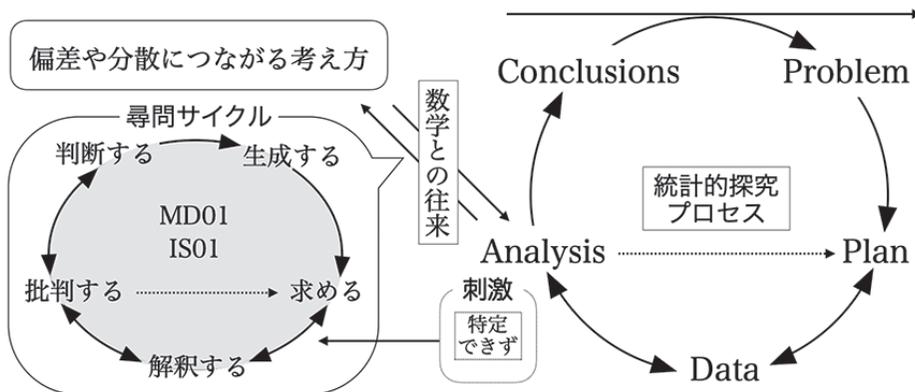


図12 全体追究における数学との往来

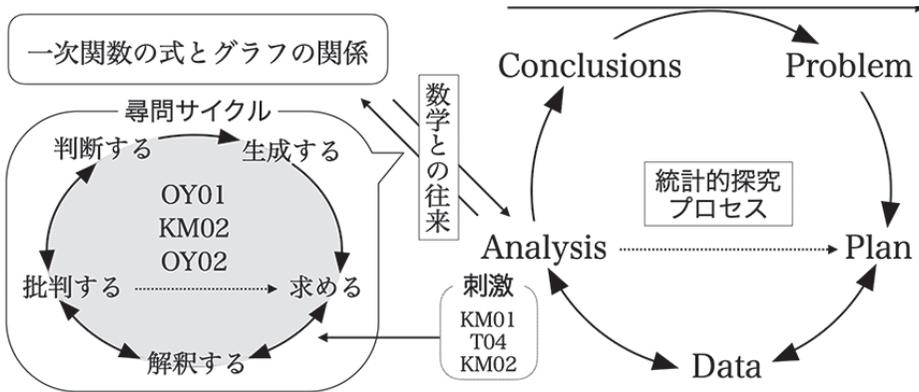


図13 グループ追究以降における数学との往来

また、批判的思考を捉える枠組みに沿って整理すると、表4のようになる。

表4 事例「平成18年の花粉症対策」に対する生徒の批判的思考

基準	尋問の対象	A 外部から得たデータ	B 外部から得た見解	C 他者の発想・判断	D 自分自身の発想・判断	E 所々で得た結果
1 正しいか						
2 理にかなっているか					KM02	MD01
3 既知の事実と一致しているか						
4 目的は何か				IS01* OY02		OY01*
5 先入観や思い込みになっていないか						
6 感情的になっていないか						
批判的思考を誘発する刺激		KM01・(T04)・KM02				

※…数学の学習への移行に直接関与したと考えられる批判的思考

本事例では、「説明変数の特定の際に偏差や分散の考え方に近い手法を使っているため、この場面で文脈から数学の学習に移行していると考えられること」及び「一回帰グラフやその式について解釈を試みる学習が位置付くため、概念学習型として単元の最初に位置付けた場合、文脈から離れた数学の学習に移行する可能性があること」が示唆された。

## 6. 研究のまとめと今後の課題

### 6.1 研究のまとめ

本研究の目的は、統計的探究プロセスにおける数学との往来に参与する批判的思考の様相を明らかにすることである。この目的に対して、Wild-Pfannkuch (1999) の論旨を参考にしながら大学生のデータ分析過程を整理することにより、A：外部から得たデータ、B：外部から得た見解、C：他者の発想・判断、D：自分自身の発想・判断、E：所々で得た結果、の5つを対象とし、1：正しいか、2：理にかなっているか、3：既知の事実と一致しているか、4：目的は何か、5：先入観や思い込みになっていないか、6：感情的になっていないか、の6つの基準で尋問する批判的思考を捉える枠組みを構築した。

そして、構築した枠組みに沿って、筆者が行った授業における中学生の思考を整理することにより、特に概念学習型の授業では批判的思考が文脈と数学との往来に参与することが明らかとなり、数学の学びへの移行を可能にすることを指摘した。

## 6.2 今後の課題

本研究には、さらに検討すべき今後の課題が、以下の通り残されている。

課題Ⅰ：批判的思考が文脈に依存しない数学の学びに及ぼす効果を明らかにすること。

課題Ⅱ：批判的思考の数学科カリキュラムにおける位置付けを明確化すること。

課題Ⅲ：批判的思考の質的な高まりの様相を明らかにすること。

課題Ⅳ：リアルデータを使った統計的探究により数学の学びが深まることを実証し学習指導への示唆を得ること。

これらを今後の課題とし、統計に関する学習が統計の内容だけに止まるのではなく、リアルデータを使った統計的探究を尊重するからこそ数学の深い学びが可能になる具体を捉え、学習指導への示唆を得たいと考えている。

## 《付記》

本論文は、令和2年度に筆者がまとめた専門学術論文『統計的探究プロセスにおける批判的思考に関する研究』に基づき、その内容を精査して特に重要な部分を取り上げ、論旨を損なわない範囲で短くまとめたものである。

### 引用・参考文献、Web サイト

- 青山和裕「統計的問題解決を取り入れた授業実践の在り方に関する一考察」『統計数理 (2018)』第66巻第1号, 2018年6月, 統計数理研究所, 97-105
- 新井仁「スギ花粉飛散量予測を題材とした関数領域の指導について」『日本数学教育学会誌』第88巻第11号, 2006年11月1日, 11-18
- 新井仁「統計的探究プロセスにおけるクリティカルな思考の様相 - 新型コロナウイルス (COVID-19) のデータ分析を題材として -」『日本数学教育学会第53回秋期大会発表集録』, 2020年11月14日, 301-304
- 国立教育政策研究所『教員環境の国際比較 OECD 国際教員指導環境調査 (TALIS) 2018 報告書 学び続ける教員と校長』, ぎょうせい, 2019年6月20日, 57,58,61,85,88
- 西村圭一『数学的モデル化を遂行する力を育成する教材開発とその実践に関する研究』, 東洋館出版社, 2012年2月14日, 49-58
- 福田博人「批判的思考力の育成に向けた統計教育の展望」『日本数学教育学会第4回春期研究大会論文集』, 2016年6月12日, 125-132
- 文部科学省『中学校学習指導要領 (平成29年告示) 解説数学編』, 日本文京出版, 2018年3月30日, 55
- 渡辺美智子, 椿広計, 三浦由己他「問題解決としての統計学」『日科技連』, 2012年12月1日, 17
- 渡辺美智子「予測と制御のための統計的モデリング」『日本科学教育学会第40回年会論文集』, 2016年8月19日, 71-74

- E. B. Zechmeister & J. E. Johnson 著, 宮元博章, 道田泰司, 谷口高士, 菊池聡訳『クリティカルシンキング入門編』, 北王子書房, 1996年9月25日, 4
- Anne Cori (2013). A New Framework and Software to Estimate Time-Varying Reproduction Numbers During Epidemics. *American Journal of Epidemiology*. Volume178.Issue9.1 November 2013, 1505-1512
- C. J. Wild and M. Pfannkuch (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review* (1999). 67.3, 228
- del Mas R. C. (2004). A Comparison of Mathematical and Statistical Reasoning. In: Ben-Zvi D., Garfield J. (eds) *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*, 79-95
- MACMILLAN (2011). English DICTIONARY FOR ADVANCED LEARNERS, 350
- Weiland T. (2019). Critical Mathematics Education and Statistics Education: Possibilities for Transforming the School Mathematics Curriculum. In: Burrill G., Ben-Zvi D. (eds) *Topics and Trends in Current Statistics Education Research*, 391-411
- 実効再生産数とは何か? .  
<https://note.com/tenkamere/n/n7c35a7825e95> (2021.4.14最終確認)
- 東京都福祉保健局. <https://www.fukushihoken.metro.tokyo.lg.jp/hodo/saishin/corona813.html> (2020.9.19最終確認)
- 東京都の公表情報 (都内の区市町村別感染者数等).  
[https://www.city.shinjuku.lg.jp/kusei/cln202002\\_kns01\\_me01.html](https://www.city.shinjuku.lg.jp/kusei/cln202002_kns01_me01.html) (2021.4.14最終確認)
- 東洋経済 ONLINE 「新型コロナウイルス国内感染の状況」.  
<https://toyokeizai.net/sp/visual/tko/covid19/> (2021.4.14最終確認)
- 都内の最新感染動向. <https://www.fukushihoken.metro.tokyo.lg.jp/hodo/saishin/corona813.html> (2021.1.10最終確認)
- 成田喜一郎 「“Critical” 訳語の多様性：訳語へのこだわり」.  
<https://tokinomahoroba.blogspot.com/2020/07/critical.html?q=critical> (2021.4.14最終確認)
- 成田滋 「クリティカル・シンキングとは何か?」.  
<https://slidesplayer.net/slide/11420365/> (2021.4.14最終確認)
- 西浦博 「実効再生産数とその周辺」.  
[https://github.com/contactmodel/COVID19-Japan-Reff/blob/master/nishiura\\_Rt\\_会議\\_12May2020.pdf](https://github.com/contactmodel/COVID19-Japan-Reff/blob/master/nishiura_Rt_会議_12May2020.pdf) (2021.4.14最終確認)
- RESAS. <https://resas.go.jp/#/13/13101> (2021.4.14最終確認)
- RESAS サマリーサイト. <https://summary.resas.go.jp/summary.html> (2021.4.14最終確認)

Received : April, 22, 2021

Accepted : June, 9, 2021

