

米国算数教科書紹介 ()

Investigation of an American Arithmetic Text Book()

植村 憲治

UEMURA Kenji

Following the previous papers which treated text books and teacher's books for Kindergarten, and Grade 1 ~ 5, we introduce and investigate an American arithmetic text book and the teacher's book for Grade 6, named "Mathematics" published by McGraw-Hill Company. And we point out that in this text book, some algebraic concepts which are, in Japan, introduced in Junior High School are taught, such as minor numbers, coordinate graphs, quadrants, linear functions, and linear equations. On the other hand, a considerable amount of the contents is spared for review of fifth grade's study. Explanations of geometric properties, such as the formula for the area of a circle are not sufficient, and the systematic teaching of probability shown in this text book does not exist in Japan. This completes our investigation of McGraw-Hill's series, "Mathematics."

前稿までで、McGraw-Hill社のMathematicsの幼稚園年長組と1～5年生の教科書及びその指導書について報告した。本稿では小学校6年生用の教科書と指導書を検証した結果を報告する。一連の報告は今回で完結する。

Mathematicsは幼稚園年長組から6年生までの7学年を取り扱っている。米国公立学校で広く用いられているもので、すべての巻の教師用指導書には冒頭に、National Council of Teachers of Mathematics (NCTM:全米数学教師協議会)が2000年に発行した“数学教師のための原理と基準”において採択された10の基準が提示されている。この基準は以下のものである。

- 1 . Numbers and Operations (数と演算)
- 2 . Patterns, Functions, and Algebra (パターン、関数、代数)
- 3 . Geometry and Spatial Sense (幾何と空間感覚)
- 4 . Measurement (測定)
- 5 . Data Analysis, Statistics, and Probability (データ分析、統計、確率)
- 6 . Problem Solving (問題解決)
- 7 . Reasoning and Proof (理由付けと証明)
- 8 . Communication (コミュニケーション)

9 . Connections (関連)

10 . Representation (表現)

これらの基準と各単元との関連及び授業時間数は、最終ページに表に示してまとめた。

4, 5 年生教科書と同様であるが、我が国より多くの概念を教えている。負の整数における四則演算や一次方程式の解法、平面座標での一次関数表示、確率などは我が国では中学校での学習である。しかしながら、それ以外の学習は 5 年次の学習の復習やわずかに発展させた場合が多い。導入の問題や説明も 5 年と 6 年でほとんど同じ場合も多く見られる。米国での実際の指導を調査する必要がある。授業時間数は 170 ~ 198 回分となっている。我が国であれば他教科や総合的学習で取り扱う学習も相当あるので、単純には比較できない。数学的、理論的説明は少ない。

これまでと同様に、全ての章の最終課は問題解決の応用で、意志決定の A と科学への応用の B に細分される。問題解決法においては、3 ~ 5 年次と同様に既習の 10 手法を傍らに提示しながら解く。命名した手法を用いて問題解決に望むのは、手法の概念をより具体的にイメージするものであり、我が国でも取り入れるべきである。

各章は、前半と後半に分かれ、それぞれの最後に、ドリルが用意されている。また章末には、復習、用語の確認問題、発展問題などから構成される練習問題が 11 頁掲載されている。

第 1 章は、スポーツファンの関心をテーマとして、小数の足し算、引き算を学習する。1 次式を作成する指導も行われる。また、電卓を使用する計算も導入されている。

9 課から成り、11 ~ 13 回分の学習内容である。章の目標は「小数を用いた足し算、引き算及び文字式に習熟する。概算と問題解決を発展させる。代数的思考を発展させる。小数の足し算と引き算を他の学習や日常生活で応用する」である。1 ~ 4 課では、小数の大小関係と順序、足し算と引き算を学習する。5 ~ 9 課では、小数の足し算と引き算を用いて、概算、文字式への小数の代入、足し算の性質を学習する。Math Words は、文字式、小数、等価な小数 (5.4 と 5.40 など)、値の代入、位、位の数の値、変数、自然数である。導入として、冬季オリンピック 3 大会における女子 500m ショートトラックスピードスケート競技の優勝者のタイムを比較して記録の時間差を計算させる。

1 課は、位の値の復習である。プロバスケット選手マイケル・ジョーダンの 1997 年の、年俸 31,300,000 ドルと広告出演収入 (エンドースメント) 47,000,000 ドルと合計金額 78,300,000 ドルを用いて位の数と読み方を復習する。23,560,000,700 や 0.0108 の読み方を表す。小数の読み方は日本より複雑である。また、帯分数を小数に直す問いとして、 $8,472\frac{701}{10,000}$ を小数で表す問いがある。我が国ではこのような複雑な帯分数は使用しない。大きな数、小さな数もこの教科書のように様々な数を用いるべきである。

2 課は小数の比較の復習である。1997 年自動車グランプリレースの 3 開催地の平均速度である時速 126.27 マイル、126.98 マイル、126.67 マイルを記した表から速度を比較し、早い順に並べる。小数の各々の位の数の比較と、数直線利用の二つの手法で解く。数直線をより深く理解するには、この様な小数 2 位まで利用する数直線を利用することを我が国でも考えるべきであろう。

3 課は 4 段階法を用いて文章問題を解く。3 大会におけるオリンピック女子100m走の優勝タイム10.54秒、10.82秒、10.94秒を記した表を読み取り、早い順に並べる。

4 課は、表に書かれた新体操の 4 種目の得点8.756、9.575、8.473、9.126の合計点を求める。筆算と電卓で求める。次に、 $16.007 - 5.94$ を筆算と電卓で求める。3 位小数の計算もこのような関心深い数を用いた学習は有効である。

5 課は和と差の概算を求める。 $41,237$ を10の位で四捨五入した後、4 つの小数を小数 2 位、3 位、1 位で四捨五入する。さらに、3 つの小数の和を、四捨五入した整数の和で概算する。

6 課は足し算と引き算の文字式を調べる。初日にカウンタ 3 つで図形を作り、毎日カウンタを一つずつ図形に付け加えていくと10日後には、カウンタはいくつになるかという問題を考え、表を作る作業を通して、 n 日目のカウンタ数は $n + 2$ と表されることを学習する。さらに、ボウリングゲームにおいて各フレームの第一投において y 本倒せば、立っているピンの数は $10 - y$ 本であることを学習する。

7 課は問題解決手法の学習である。5 年次までと同様に、10種の問題解決手法が掲載されている。あるスポーツ用品販売のWebサイトでは、品数にかかわらず、送料は 3 ドル95セントと定められている。購入商品価格と支払総額の関係式を導き、サッカーボール23ドル19セントを購入するときの支払金額を 4 段階手法で求める。

8 課は足し算の性質の学習であるが、4 年生 2 章、5 年生 1 章 9 課の内容の復習である。和に関する交換法則、結合法則、零性質等を学習する。5 年時と同類の学習として、 $19.8 + 15.4 = 20 + 15.2$ が提示されている。

9 課 A は、陸上部の大会を開催するために、進行表を作成する作業である。6 種目のトラック競技の各々の組数、一組当たりの競技時間、高跳びと幅跳びの出場者数と一人一人の競技時間が与えられ、また、トラック競技の各組は 5 分の準備時間が与えられる。100m走選手には、高跳び出場者がいるため、これらは同時には競技できない。800m走と幅跳びも同じ理由で同時に競技できない、という条件で進行表を作成する。B は何種類かの運動をして、その中で心臓の脈数の増加率が一番高いものはどれかを調べる。

第 2 章は、お金がテーマで、小数の掛け算と割り算を学習する。5 年 2 章の復習が多く、扱う数の桁は増えたが、新たな学習としては、掛け算・割り算の概算法や、ほぼ同じ大きさの数の和の概算法、小数の割り算くらいである。

15課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「小数を用いた掛け算、割り算及び文字式に習熟する。概算と問題解決を発展させる。代数的思考を発展させる。掛け算と割り算を他の学習や日常生活で応用する」である。1～7 課で掛け算に関して、べき乗、パターン、自然数と小数の積、概算を学習し、8～15課で割り算、文字式、割り算のパターン、概算を学習する。

用語として、べき乗の基（例： 3^8 における3）、被除数、除数、べき乗の指数、べき乗、商、余りなどを学ぶ。導入として、自転車店数が多い3州の店数を示した棒グラフからカリフォルニア州の店数（1,027）がフロリダ州の店数（369）のおよそ何倍かを求める。

1 課は、3 年 9 章、4 年 5、6 章、5 年 2 章に続くパターンを用いた掛け算の学習であ

る。3 × 2,000を計算するのに、4年生で学習した3 × 2、3 × 20、3 × 200、3 × 2,000を求めると、2 × 3に0を3つ加える方法を学ぶ。800 × 20、60 × 500などが問いとして与えられる。500 × 8,000が難問として提示されている。

2 課は自然数の積を復習する。145 × 28を筆算と、電卓で計算する。分配法則を調べる。

3 課は自然数のべき乗計算を復習する。2 の 4 乗を筆算で計算する。3 の 4 乗は、電卓を用いた手法も説明する。

4 課は掛け算の概算手法を学ぶ。13 × 36を10 × 40で近似する手法を説明した後、6 × 842、362 × 1,431、1,235 × 2,763、1,599 × 40,000、1.62 × 5.95をそれぞれ、6 × 800、400 × 1,000、1,000 × 3,000、2,000 × 40,000、2 × 6 で近似する。次に389 + 417 + 372 + 395 + 425を400 × 5 で近似する。練習問題には、25,975 × 14,302、0.0012 × 8 等の概算計算や7.1 × 33.4と210.4の比較など、思考力を重視する問いがあり、我が国でも取り入れるべきと考える。

5 課は文章を読んだ問題解決である。正確な計算が必要かそれとも概算でよいかを4段階手法で考える。「1 セント硬貨不足を防ぐため、毎日、20,000,000枚の1 セント硬貨を鋳造したい。114日あれば、2,200,000,000枚鋳造できるか。」という問いを考える。110 × 20,000,000の概算で求められることを確認する。

6 課は小数の、整数倍（整数 × 小数）と小数倍（小数 × 小数）を学習する。我が国と同様にずらして小数点を求める手法と、概算計算から桁数を確認する手法を学習する。5年2章の復習である。概算で桁数を確認する作業は我が国でももっと取り入れて良いと思う。

7 課は掛け算の性質を学習する。分配法則、交換法則、結合法則、恒等性質、零性質、などを学ぶ。4年6章、5年2章の復習である。

8 課は自然数の割り算を学習する。5年3章の復習と発展である。問題には、5位数 ÷ 2位数も提示される。

9 課は小数 ÷ 整数を学ぶ。5年3章の復習と発展で、我が国と同様の指導法である。0.2527 ÷ 7 を計算し、198 ÷ 550を四捨五入して小数1位まで求める。

10課は積と除における文字式を学習する。初日にカウンタを3個持っていて、毎日3個ずつカウンタを増やしたときのカウンタ数と、日数の間に成り立つ式を調べるため、4日目までのカウンタ数と日数を表に表す。そして、n日目のカウンタ数が3nであることを知る。6人で消費者に商品を配達するとすれば、消費者がn人の場合、一人が何人に配達するかという問いを解く。

11課はガスアンドチェック手法を用いた問題解決学習である。カセットテープ1本と、カセットテープの3倍の値段のCD1枚を購入して22ドル払った。カセットテープとCDはそれぞれいくらかという問いを解く。テープ5ドルで計算すると合計20ドルで足りないから、より大きい6ドルで計算する。今度は24ドルと多くなったので、5ドル50セントで計算するとちょうど22ドルになり、答えとなる。6年生であれば我が国では、22ドルはカセット4個分の値段である事から答えを求めていくところであろう。

12課は積と除におけるパターンの学習である。7,500 ÷ 100を求めるのに、7,500 ÷ 1、7,500 ÷ 10、7,500 ÷ 100を計算する。5年3章の復習に近い。また、0.82 × 1,000を求めるのに、0.82 × 1、0.82 × 10、0.82 × 100、0.82 × 1,000を計算する。整数の小数倍（我が国で

は $1,000 \times 0.82$ に対応)を教える説明としては物足りない。

13課は小数÷小数の計算である。 $4.08 \times 0.5=2.04$ を求めるのに、パターンを用いて説明する。 $4.08 \times 0.05=0.204$ と比べて $2.04 \div 0.5 = 4.08$ と $0.204 \div 0.05 = 4.08$ を導く。これは小数同士の割り算の小数点の移動を説明するのにもよい手法である。

14課は商の概算である。 $4,200 \div 70$ を計算するのに、除数、被除数から共に0を1個減らして求める方法を説明した後、 $164.4 \div 34$ を求めるのに、 $150 \div 30$ と近似して $15 \div 3$ から5を答えとする手法を学習する。

15課Aは、36人が出席する先生のためのパーティーを開くのに、必要な飲み物、食料、紙コップなどを4店のうちのどこから購入するのが一番経済的かを調べる。Bは100m走に、かかった時間と秒速を測定し、表にまとめる。

第3章は、“ショービジネス”がテーマで、データ、統計、グラフを学習する。5年の学習と比べて、新たな数学的概念はほとんど導入されていない。

12課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「データ収集と解釈、レンジ、ミディアム、モード及び平均に習熟する。最良の平均値の選択という概念を導入する。グラフの選択、作成、読み取りに習熟する。データ、統計、グラフを日常生活で応用する」である。一番目の目標は5年時と同じである。1～6課で、グラフと統計に関してグラフと頻度表、データ表示の解析を学び、7～12課で、グラフと標本抽出に関し、予想、標本抽出などを学ぶ。導入として、6年間の、花火大会の年別観客数データを解析する。雨が降ったのか、観客数が極端に少ない年が1年ある。

1課はデータの収集、編集、表示を学ぶ。5年4章の復習と発展である。クラスの児童が、前日の日曜日に何時間テレビを見たかを尋ね、そのデータから作成した表を基に学習する。5年時と同様にラインプロットを作成する。さらにTV局の放映CM数の表からピクトグラフを作成する。今日の問題という学習で、0.4は $(0.4)^2$ の何倍かという問いが与えられている。我が国の中学生にも考えさせたい問いである。

2課は、レンジ、平均、ミディアム、モードを学習する。レンジ、モードは2年、ミディアムは、4年、平均は5年で学習済みである。他の値と離れている値の概念であるアウトライアを導入する。前学年までの学習と比べると、数値が大きくなっていることと、データを小さい順に並べること、アウトライアの導入が新たな学習である。また、データ数が偶数の場合に中心の二つの値の平均をミディアムと定めることを学ぶ。

3課は、平均、ミディアム、モードのなかから、最もふさわしい平均量を選択し、データ集合を解釈する学習である。5人の俳優の出演料100ドル、100ドル、200ドル、225ドル、2,000ドルの平均量として、平均525ドル、ミディアム200ドル、モード100ドルのどれがふさわしいかを考察し、ミディアムが最適と結論づける。

4課は棒グラフとヒストグラムを作成し、解釈する。また、二重棒グラフを学習する。昨年と一昨年における四都市の花火大会参加者数をまとめた表を元に二重棒グラフを作成する。目盛りの単位の決定、省略部を含む目盛りの数値の記入など5ステップに分けて作成する。

5課は折れ線グラフを作成し、解釈する。毎年の入場料金の変化を示した折れ線グラフから翌年の入場料を予測する問題が提示されているが、我が国でも取り入れたい良問であ

る。演劇会における昨年と今年の入場券売上高の、水曜日から土曜日までの変化を表す二本線の折れ線グラフを作成する。

6 課は文章を読んだの問題解決である。5 年 4 章 7 課と

同様の内容である。長寿番組 5 本の放映期間を、期間を 0 シーズンからとった目盛りのものと、18 シーズンから 35 シーズンまでの目盛りのものうち、各番組の放映期間の差を知るにはどちらがよいかを調べさせる。

7 課は 5 年 4 章 9 課で導入した茎葉プロットの作成と解釈である。データのかたまり度を調べるのに便利であることを分かせているが、特に導入する必要は感じない。

8 課は問題解決手法の学習である。5 人の友人が持っているビデオテープの本数をグラフにするのに棒グラフがよいことを 4 段階手法を用いて結論づける。

9 課はサンプリングを調べる。大集団でのサンプリングの意義や必要性を説明する。用語として母集団、無作為抽出を導入する。TV ゲームショーを週に 6 時間以上見る児童がクラスに何人いるかを調べるのに、アンケートを記入した用紙をかき混ぜた後、一枚ずつとりだし、出てきた順に 3 グループに分け、そこでの結果を基にそれぞれクラス全体での人数を予想させる。最後に実際の数と比較する。

10 課は抽出方法の検証である。児童主催のミュージカル、アニメを鑑賞したい児童がどれくらいいるかを 3 人が調べた。ジムは 50 人の友達に電話で聞いて 30% と推定した。サリーは 60 年生一人一人の名前を書いた札を帽子に入れ、そこから 50 人を選んで 80% と推定した。マリアは、学校の児童全員の名前を書いた札を帽子に入れ、そこから 50 人を選んで、60% と推定した。どの推定が妥当であるかを考察する。さらに、ギリシャ劇鑑賞希望者を調べるのに、児童数が同じである、5 年生、6 年生、7 年生からサンプリングするのに、全体から 60 人とするよりも、各学年から 20 人ずつとする方が抽出に偏りが少ないことを説明する。

11 課はアンケート質問の文章についての学習である。“ 昨晩はテレビを何時間見ましたか ” という問いと “ 昨晩は今日のテストの宿題をしましたか。昨晩はテレビを何時間見ましたか ” という問いに対する回答をそれぞれ棒グラフにしたものを比較し、後者の問いでは、宿題のことが頭にあるため回答時間が短くなる傾向があることを理解させる。アンケートにおける基本的な性質だが、我が国でもどれかの教科で学習させるべき問いであろう。

12 課 A は意志決定の学習である。等量だが価格の異なる行きつけの歯医者 が提供した 2 種と、宣伝広告のある 3 種の練り歯磨きのうちどれを選ぶかという問いである。宣伝は、A 社：歯医者さん 5 人のうち 4 人が勧める、B 社：利用者の半数以上が虫歯が少ない、C 社：すべて天然成分の 3 種である。これらを基に、A 社の宣伝は信頼できるか、答え：他社との比較に基づくものではないだろうから信頼できない。A 社の宣伝が事実かどうかを調べるには、どのようなサンプルを抽出すればよいか、答え：全米の歯医者名簿から 100 人目ごとの歯医者を選ぶ、など様々な問いが出される。算数・数学というより実生活に準拠した学習である。だが我が国でも導入を考えて良い学習である。B はクラスの児童の身長、手長、足長、掌長を計り、平均を求め、比較する。

The line graph at the right shows the mean price of theater tickets for each year from 1996 through 2000. Predict what the average price of a ticket in 2001 was.

Example 2

You can either extend the line to predict prices in 2001, or, you can add \$2 to the 2000 mean price.

The price in 2001 will probably be about \$66.50.

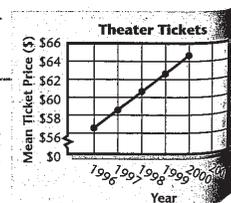


図 1 折れ線グラフと予測

第4章は、「頂きます」がテーマで、整数の性質と分数の概念を学習する。5年5章の復習が多い。

12課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「分数、帯分数、小数の関係の概念理解を構築する。数の性質に習熟する。通分分母などの分数の概念に習熟する。分数の概念を日常生活で応用する」である。用語として、割り切れる、等しい分数、最大公約数、最小公倍数、通分分母、倍数、既約形が掲げられている。1～6課で数の性質を学習し、7～12課で分数を学習する。油脂、乳製品、肉類、野菜、果物、穀物の各食品群から20品目を一日の食事に摂るとして何を食べるか、そして摂取した各群の食品目は分数で表すと全体（20品目）のどれだけになるかを求める学習を導入に用いる。

1課は可約性の学習で、216が6で割り切れるかどうかを調べる。5年5章の復習である。また、7以外の2以上10以下の数で割り切れるかどうかの判定手法を提示している。4, 8以外は5年で学習済みである。証明もせず結果だけを教えるのは、我が国の手法とは大きく異なっている。導入すべき手法ではない。

2課は合成数と素数を調べる。4個の単位立方体を用いて、幅が1の直方体は何種類出来るかを調べる。次に、20個までの単位立方体の場合を考える。素数、合成数、素因数分解、約数木を説明するが、5年時の復習が主である。

3課は最大公約数と最小公倍数を学習する。24と36の最大公約数を求めるため、5年で学習した24と36の約数を列挙する方法と、素因数分解して、求める方法を説明する。

次に9と12の最小公倍数を求める。各々の倍数を列挙して、それらから求める方法と、素因数分解して、求める方法を説明する。

4課は、8切れのスイカの5切れを食べると残りは何切れかを分数で表す問いが提示される。そして大きさの等しい分数を学習する。4年11章、5年5章4課の復習である。

5課は文章を読んでの問題解決である。現時点で、晩餐会料理に魚料理を予約した人の割合を求める。4種の料理から必要な情報を選び出す。 $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ を用いる。「60人の内30人が回答した」という表現には、余分な情報も与えられている。

6課は、5年5章6課の復習で、既約分数を求める。分子、分母をそれぞれ公約数で割ることを繰り返して求める手法と、最大公約数で割る手法を説明する。5年次で学習した分子、分母をそれぞれ素因数分解したのち、分子、分母を共通因数で割る手法は6年では提示しない。指導法に一貫性がないような感じもする。

7課は表を作成して解く問題解決手法の学習である。各食品のカロリーと、その内の脂肪のカロリーが記載されたある日の朝食の写真から、各食品における脂肪のカロリーの割

Extra or Missing Information

Banquet to Be Held

Read → William records banquet meal orders as they arrive in the mail. So far, 30 out of 60 people have responded. What fraction of the orders so far is for a fish dinner?

Chicken dinners	12
Fish dinners	6
Vegetable dinners	3
Beef dinners	9

READING SKILL ▶ **Identify Important and Unimportant Information**
When reading a word problem, focus on the important information. Decide if any needed information is missing.

- What do you know? 30 orders so far; 30 more expected; the number of various dinners ordered
- What do you need to find out? The fraction of the orders that are for fish

MATH SKILL ▶ **Identify Extra and Find Missing Information**

- What information is not needed? William expects 30 more orders; the number of nonfish orders.
- Decide if any important information is missing.

図2 必要な情報の選択

合の分数値、及び総カロリーに占める脂肪カロリーを、表を作成して4段階手法で求める。

8課は、5年5章8課の復習で、分数の大小と順序を学習する。ピーナッツバターオートミールバーのレシピをみて、バター ($\frac{1}{2}$ カップ)、ブラウンシュガー ($\frac{5}{8}$ カップ)、ピーナッツバター ($\frac{1}{3}$ カップ) をたくさん使用する順に解答する。2, 8, 3 の最小公倍数を用いて通分して考える。

9課は帯分数の学習で5年5章11課の復習である。お店で4枚のピザをそれぞれ8等分して販売する。3切れが売れた、残りを帯分数表示する。考え方は復習せず、解き方だけを復習する。

10課は分数と小数の関連づけで、小数と、分数・帯分数の間の変換を復習する。5年時の復習が主である。

11課は分数、帯分数、小数、仮分数、自然数の比較と大小関係の学習で、10課の応用である。仮分数以外は5年生の復習である。

12課 A は、食品群をピラミッド状に配置したから20品目を選んで一日三食の献立を作成する。カップの分量などの分数を小数に変換する。B は食料ゴミが分解する時間を調べる。レタスの葉、紙、プラスチックの各々を小さく切って水に入れたものを陽に当てて変化を観察する。

第5章は、“学校のない日” がテーマで、分数の足し算と引き算を学習する。5年6章の復習が多い。本章での学習内容の説明記述を5年次の指導書と比べても違いが殆ど無い。指導法も似通っている。

10課から成り、11～13回分の学習内容である。章の目標は「分数と帯分数の足し算と引き算に習熟する。分数計算を他の計算や日常生活に応用する。概算と問題解決手法を発展させる。代数的思考を発展させる」である。用語として、結合法則、交換法則、通分分母、同じ分母などが提示される。1～5課で足し算と引き算を学習し、6～10課で応用を学習

Objective: Subtract mixed numbers with unlike denominators.

6-10 Explore Subtracting Mixed Numbers with Unlike Denominators

Learn
You can use fraction strips to explore subtracting mixed numbers with unlike denominators.



Work Together
Use fraction strips to find $3\frac{3}{2} - 1\frac{1}{2}$.

You Will Need
fraction strips

Model $3\frac{3}{2}$
Rename $3\frac{3}{2}$ as $3\frac{4}{2}$
Subtract $1\frac{1}{2}$ from $3\frac{4}{2}$

Record the subtraction sentence.
Use fraction strips to solve.

$3\frac{3}{2} - 1\frac{1}{2}$ $2\frac{2}{2} - 1\frac{1}{2}$ $4\frac{0}{2} - 1\frac{1}{2}$ $3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$

図3 帯分数の引き算の説明 5年

Objective: Subtract mixed numbers.

5-7 Explore Subtracting Mixed Numbers

Learn
You can use fraction strips to subtract mixed numbers. Explore how to subtract $3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$.



Work Together
Use fraction strips to find $3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$.

You Will Need
fraction strips

Model $3\frac{1}{2}$ with the fraction strips.
Since two $\frac{1}{2}$ strips are the same size as the $\frac{1}{2}$ strip, you can trade.
Take away fraction strips representing $2\frac{1}{2}$.
Simplify.

Think: There are no fraction strips to take away a $\frac{1}{2}$ strip from.

So $3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$.

Use fraction strips to subtract. Record your work.

$2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4}$ $3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3}$ $4\frac{2}{3} - 2\frac{1}{3}$
 $3\frac{2}{8} - 2\frac{1}{8}$ $2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{8}$ $4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4}$
 $2\frac{3}{8} - 1\frac{1}{8}$ $4\frac{1}{4} - 1\frac{3}{16}$ $4\frac{1}{2} - 1\frac{1}{8}$

図4 帯分数の引き算の説明 6年

する。キャンプ場9箇所の地名、場所、定員が書かれた表を提示し、「ネットシャーキャンプ場は満員で、37人の6年生が利用する。キャンパーのどれだけが6年生が分数で答えなさい」という問いが導入に用いられる。問題解決に必要な情報を自分で探す問いであり、わが国でも導入すべき問いである。

1 課は分母が同じ分数の足し算の学習である。5年6章1課とほぼ同様の内容である。

$$\frac{7}{10} + \frac{1}{10} \text{ を求める。}$$

2 課は異分母の足し算と引き算である。5年6章5課の復習に近い。 $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$ を分母の最小公倍数、分母同士の積の2種の通分で解く。 $\frac{8}{10} - \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{2}{9}$ を求める。

3 課は文章を読んで複合問題を解く。遊園地で、購入したチケットの $\frac{1}{4}$ で食べ物を買い、 $\frac{1}{3}$ で乗り物券を購入した。ゲームに使うのに、残っているチケットはどれだけが、という問いを、4段階手法で解く。

4 課は異分母帯分数の足し算の復習である。5年6章7課では、 $2\frac{1}{2} + 6\frac{3}{4}$ を求めたが、ここでは、 $4\frac{3}{4} + 2\frac{1}{3}$ を計算する。練習問題には、自然数、真分数、帯分数2個からなる4口の足し算を求める問いが掲載されている。

5 課は分数の足し算における演算法則の学習である。交換法則、結合法則、零法則を学習するが、法則を例示する式が5年6章8課とほとんど同じである。 $(15\frac{3}{4} + 8\frac{1}{2}) + 12\frac{1}{4}$ を $8\frac{1}{2} + (15\frac{3}{4} + 12\frac{1}{4})$ と順序を変えて足すことを学ぶ。

6 課は問題解決手法の学習で、表を作成して解く手法を学習する。1ドル札、5ドル札、10ドル札、20ドル札各1枚ずつを持っている姉がサマーキャンプに行く弟にお小遣いを与えるのに何通りの与え方があるかを求める。お札を1枚渡すとき、2枚、3枚、4枚を渡すときにわけて表を作成して4段階手法を用いて解く。

7 課は帯分数の引き算を調べる。5年6章10課とほぼ同じ内容である。例題は5年が $3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4}$ であり、6年は $3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}$ である。説明もよく似ている。1年間の学習の発展が見られない。実際の指導を確認する必要がある。

8 課は帯分数の引き算を行う。5年6章11課とほぼ同程度の内容である。 $8\frac{7}{10} - 6\frac{1}{4}$ を通分しながら縦計算で行う。ちなみに5年時では $10\frac{1}{2} - 6\frac{9}{10}$ を学習した。5年時の方が通分は易しいが、繰り下がりがある。

9 課は帯分数の和と差の概算の学習で

Objective: Subtract mixed numbers with unlike denominators.

6-11 Subtract Mixed Numbers

Learn

Local farmers often sell their fruit and vegetables at outdoor farmers' markets. A farmer sold $6\frac{9}{10}$ pounds of green beans on Wednesday. How many pounds of green beans are left?



Example

Note: You can use any common denominator to solve the problem, but the LCD will keep the numerators smaller.

Find: $10\frac{1}{2} - 6\frac{9}{10}$

<p>1 Write equivalent fractions using the LCD.</p> $10\frac{1}{2} = 10\frac{5}{10}$ $- 6\frac{9}{10} = 6\frac{9}{10}$	<p>2 Rename if necessary.</p> $10\frac{5}{10} = 9 + \frac{10}{10} + \frac{5}{10} = 9\frac{15}{10}$ $- 6\frac{9}{10} = 6\frac{9}{10}$	<p>3 Subtract. Simplify.</p> $9\frac{15}{10}$ $- 6\frac{9}{10}$ $3\frac{6}{10} = 3\frac{3}{5}$
---	--	--

There are $3\frac{3}{5}$ pounds of green beans left.

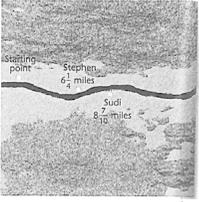
図5 帯分数の引き算の計算 5年

Objective: Review subtracting mixed numbers.

5-8 Subtract Mixed Numbers

Learn

Stephen and Sudi went kayaking. They marked on a map how far each of them traveled downstream. How much farther did Sudi travel downstream than Stephen?



There's more than one way!

Find $8\frac{7}{10} - 6\frac{1}{4}$ to solve this problem.

Method A

<p>1 Write equivalent fractions using the LCD.</p> $8\frac{7}{10} = 8\frac{14}{20}$ $- 6\frac{1}{4} = 6\frac{5}{20}$	<p>2 Subtract the fractions. Subtract the whole numbers. Simplify, if possible.</p> $8\frac{14}{20}$ $- 6\frac{5}{20}$ $2\frac{9}{20}$
--	--

Check your answer by adding: $2\frac{9}{20} + 6\frac{1}{4} = 2\frac{9}{20} + 6\frac{5}{20} = 8\frac{14}{20} = 8\frac{7}{10}$

図6 帯分数の引き算の計算 6年

ある。真分数部分を四捨五入する計算や2位数を四捨五入する計算を学ぶ。5年6章12課の復習である。

10課Aは6種あるハイキングコースの内どれだけ多くのコースを、8時間以内に踏破できるかを調べ、意志決定する学習である。Bは砂糖の溶解度を調べる。等量の冷たい水、温かい水、お湯に砂糖を一定量ずつ加えながらどれだけ溶けるかを調べる。

第6章は、“創作”がテーマで、分数の掛け算と割り算を学習する。本章も5年次の復習が多い。説明は我が国の方が親切である。

10課から成り、11~13回分の学習内容である。章の目標は「分数や帯分数の掛け算と割り算の概念理解を構築する。分数や帯分数による掛け算や割り算に習熟する。分数を用いた計算を日常生活で応用する。代数的思考を発展させる」である。1~6課は分数の掛け算を学習し、7課~10課で分数の割り算を学習する。パピエマシェ（紙張り子）を作成するときの材料の量（ $\frac{1}{2}$ カップ）を基に、4倍作るときに必要な量を求める。

1課は自然数の分数倍の学習である。 45 の $\frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times 45$, $\frac{3}{5} \times 400$ を求める。式変形だけで説明しており、わが国の方が丁寧である。

2課は分数×分数を計算する。5年7章2課と同じく、長方形の図を用いた我が国と同様の方法で説明する。ほぼ復習である。その後、 $\frac{5}{8} \times \frac{12}{17}$ の8と12を最大公約数4で割って $\frac{5}{2} \times \frac{3}{17}$ に変形して解く手法を説明する。

3課は帯分数倍の計算である。5年7章4課では、 $17\frac{1}{2}$ の $\frac{1}{5}$ 倍（ $\frac{1}{5} \times 17\frac{1}{2}$ ）を求めたが、ここでは36の $1\frac{1}{2}$ 倍（ $1\frac{1}{2} \times 36$ ）を求める。計算自体は5年時の方が難しい。

4課は分数の積の概算を復習する。5年7章5課と同様の内容である。 $6 \times 7\frac{3}{4}$ を 6×8 で、 $38\frac{1}{2} \times 11\frac{1}{4}$ を 40×10 で、 $\frac{5}{8} \times 49\frac{1}{2}$ を $\frac{5}{8} \times 48$ で近似する練習を行う。これらはすべて5年時に導入された手法である。

5課は文章を読んだ問題解決で、用いる演算を特定する。 $2\frac{1}{2}$ フィートの長さの板8枚で正八角形の花壇の周囲を築くと周長はどれだけかという問いを与え、

Objective: Find fractions of whole numbers using mental math.

6.1 Fractions of Whole Numbers

Learn
Veronica has already sewn $\frac{1}{3}$ of the squares needed to make a quilt. If a total of 45 squares is needed, how many squares has she sewn?

Example 1
Find $\frac{1}{3}$ of 45 to solve this problem.
 $\frac{1}{3}$ of 45 means the number of squares in one group when 45 squares are divided into 3 groups.
So $\frac{1}{3}$ of 45 means $45 \div 3$.
Write $\frac{1}{3} \times 45 = 9$.
Veronica has already sewn 9 squares.

Example 2
Find $\frac{2}{3} \times 400$.
 $\frac{2}{3} \times 400 = 80$
So $\frac{2}{3} \times 400 = 3 \times 80 = 240$
 $\frac{2}{3} \times 400 = 240$

図7 自然数の分数倍

Objective: Multiply a fraction by a fraction

6.2 Multiply a Fraction by a Fraction

Learn
Gardening is one of the most popular hobbies in America. In this garden, $\frac{1}{2}$ of the flowers are tulips and $\frac{2}{3}$ of the tulips are red. What fraction of the flowers in the garden are red tulips?

Example 1
Find $\frac{2}{3}$ of $\frac{1}{2}$.
Fold the paper in fourths one way. Shade 3 of the 4 sections blue.
Fold the paper in thirds the other way. Shade two of the three sections of the paper red.
Count the total number of sections. Count the number of sections shaded with both colors.
 $\frac{6}{12}$ = number of sections with both colors / total number of sections.
In the garden, $\frac{6}{12}$ or $\frac{1}{2}$ of the flowers are red tulips.

More Examples
A Find $\frac{1}{2}$ of $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{2}$ is shaded with both colors. So $\frac{1}{2}$ of $\frac{1}{3}$ is $\frac{1}{6}$.
B Find $\frac{2}{3}$ of $\frac{1}{4}$. $\frac{2}{3}$ is shaded with both colors. So $\frac{2}{3}$ of $\frac{1}{4}$ is $\frac{1}{6}$.

図8 分数×分数 5年

Objective: Multiply fractions by fractions

6.3 Multiply Fractions

Learn
Judy is making a modern art painting for a set to be used in a class play. She has painted $\frac{2}{3}$ of the painting red and $\frac{1}{3}$ of the painting blue. What fraction of the rectangular canvas is purple?

Math Word
The greatest common factor (GCF) of two or more whole numbers is the greatest whole number that is a factor of all of the numbers.

There's more than one way!
Find $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$ to solve this problem.

Method A
You can shade a rectangle to find the answer.
Shade $\frac{2}{3}$ of the rectangle red. Shade $\frac{1}{3}$ of the rectangle blue. Find the fraction of the big rectangle that is purple.
 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$

Method B
You can also find $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$ without drawing a rectangle.
Multiply the numerators. $2 \times 1 = 2$. Multiply the denominators. $3 \times 3 = 9$. Write the product in simplest form. $\frac{2}{9}$ of the painting is purple.

図9 分数×分数 6年

用いる計算と式を定める。我が国であれば、 $2\frac{1}{2}$ の8倍として立式するがここでは、8の $2\frac{1}{2}$ 倍 ($2\frac{1}{2} \times 8$) を式とする。一方、練習問題では、1袋 $12\frac{3}{4}$ ポンドの土壌を6袋花壇に入れれば何ポンド入れたことになるか、という問いの式を $6 \times 12\frac{3}{4}$ ($12\frac{3}{4}$ の6倍) としており、立式に一貫性が見られない。交換法則が成り立つからどちらでもよいと考えているのかも知れないが、我が国では受け入れられない指導法である。

6課は分数の掛け算における計算の性質を学ぶ。結合法則、分配法則、交換法則、恒等法則、零法則を調べる。これらが自然数の場合と同様に分数においても成り立つことを確認する。5年7章7課の発展で、3つの数がすべて分数の場合を取り扱っている。

7課は問題解決手法の選択で、逆順に考える。児童会会長選挙で、「候補者のキャンペーンバッジを先週は半配布した。今週は7個配布し、16個残っている。最初バッジはいくつ用意したか」、という問いを $16 + 7$ が半分だから、 $23 + 23$ が最初のバッジの数である、というように示された情報を最後のものから用いて逆順に考える。

8課は分数の割り算を調べる。逆演算、逆数、単位分数を導入する。5年8章8課とほぼ似た内容である。自然数を単位分数で割る。練習問題では、 $\frac{3}{10} \div \frac{1}{10}$ 等の問いもある。

9課は分数 \div 分数を計算する。5年7章9,10課の復習と発展である。分数で割るには、逆数を掛けて計算することを形式的に教える。自然数 \div 分数は説明しても、分数 \div 分数は説明せずに練習問題で解く。我が国の方が丁寧に教えている。

10課Aは意思決定の問題である。5段の本棚の図と寸法を基に、7種の板をどのように購入するかを定め、必要な金額を計算する。インチとフィートの単位変換の計算が必要である。Bは身長、足の裏の長さ、頭の周長、手首から肘までの長さを測定し関係を調べる。

第7章は、“世界中で”というテーマで、測定を学習する。4年9章、5年8章から続く。摂氏と華氏の温度の換算を行う。

7課から成り、11~13回分の学習内容である。章の目標は「日常の単位とメートル法に習熟する。ヤード・ポンド法とメートル法における単位の変換に習熟する。ヤード・ポンド法とメートル法における相互の値の変換を導入する。問題解決手法を発展させる。測定を日常生活で行う」である。1~3課で測定の系を学習し、4~7課で、測定の系同士の値の換算を学習する。世界各地の1月の最高・最低温度の平均を棒グラフにした図を用いていくつかの問いに答えることを導入にする。

1課はヤード・ポンド法での長さ、容量、重さを総復習する。5年8章2,3課のまとめである。1マイルが1,760ヤード、5,280フィートであることなどを知る。

2課は文章を読んだ問題解決である。ナイアガラの滝を訪れた子供が母から、「この滝は高さ167フィートだけど何ヤードか分かる」と聞かれて501ヤードと答えたが、これは正しいかという問いである。5年8章4課の「36フィートの長さのケーブルはおよそ100ヤードと答えたが正しいか」、という問いと同類である。5,6両学年で取り上げるというのは、ヤードの方が大きい単位だから数値も大きくなると思う児童が多いのだろうか。

3課はメートル法での長さ、容量、質量を計る。ヤード・ポンド法では重さ、メートル法では、質量となっており、両者の違いが児童に理解できるかどうか疑問に思う。

4課は問題解決手法の学習である。図を書いて考える。「羊を、縦20メートル、横24メー

トルの長方形の土地に囲みたい。柵を作るのに、杭を4隅、およびそれらから4メートル間隔で打つとすれば全部で何本打つか」という問いを図を書いて、4段階手法で解く。5年9章8課の講堂の壁に10メートルおきにスピーカーを配置する問いと同類である。

5課はヤード・ポンド法とメートル法の換算である。ノートの長さなどを両者の物差しで測った値を表にし、センチメートル÷インチがおよそ2.5になることを確認する。1インチ 2.5センチメートル、1ヤード 0.9メートル、1マイル 1.6キロメートル、1センチメートル 0.4インチ、1メートル 1.1ヤード、1キロメートル 0.6マイルなどを知る。

6課は温度の学習で、摂氏と華氏の換算を行う。 $F = (1.8 \times C) + 32$, $C = \frac{5}{9} \times (F - 32)$ を用いて換算する。

7課Aは意志決定の問題である。カナダ国境近くのサイクリングコースの4つのうちのどのコースを利用するかをパンフレットの資料を基に決める。アメリカ内の2コースはヤード・ポンド法で、カナダ内の2コースはメートル法でそれぞれ距離が記されている。Bはメートル法で測って作成した傘の大きさが異なる何種類かのパラシュートを空中に投げつけて着地するまでの時間を計り、傘の大きさと着地までの時間との関連を調べる。

第8章は“科学”がテーマで、関数と方程式を学習する。5年10章の発展である。復習に近い学習も多い。

12課から成り、13~15回分の学習内容である。章の目標は「代数式を書くことと値を計算することに習熟する。1次方程式を解くことに習熟する。表、グラフ、方程式を用いて問題を解決する手法に習熟する。代数計算とグラフを描くことを日常生活に応用する」である。1ミリリットルの水の質量を、100、4、0の氷の3つの場合の値を与えて、1リットルの場合の質量を計算することを導入とする。1~5課で関数を、6~12課で方程式を学ぶ。座標軸、座標成分、方程式、関数、演算の順序、順序対、原点、解、変数が用語として導入される。我が国では中学から高校で導入する用語である。

1課は演算の順序を学習する。5年10章3課の復習と発展である。括弧、べき乗、積・除、和・差の順に計算することを学ぶ。 $16.5 + 4.9 \times 27$ を計算する。次に、 $p(1+r)^t$ において、 $p = 9$, $r = 3$, $t = 5$ の場合を計算する。

2課は関数の学習で、5年10章4課の復習と発展である。状況やパターンを、表や文章、式で表す。長さ7cmのばねに1kg、2kg、3kg、4kgのおもりを乗せた時のばねの長さを表にする。バネの長さL(cm)は、おもりの質量m(kg)の3倍に7を加えた値であることを知り、 $L = 7 + 3m$ の式を導く。

3課は関数のグラフを作成する。5年10章5課の復習と発展である。座標成分に小数が現れたり、一次関数の係数が分数になったりする点が5年生と異なる。

4課はグラフを見ての問題解決である。高度と気温の関係を調べる。横軸を高度、縦軸を気温にとった平面に(0,21)、(160,20)、(320,19)、(480,18)、(640,17)の5点を通る直線が描かれ、それが高度と気温の関係を表すグラフになっている。これから、高度が160m高くなると気温が1度低くなることを4段階手法を用いて読み取る。

5課はグラフを書いて問題を解く。水深dメートルでの圧力p気圧は、 $p = 0.1d + 1$ の式を与えて、横軸に水深、縦軸に気圧をとったグラフを完成させる。そして水深7メートルでの圧力をグラフから読み取る。

6 課は足し算の方程式を調べる。 $m + 6 = 14$ という方程式を解くのに、左にコップと 6 個のカウンス、右に 14 個のカウンスを置き、両方から 6 個のカウンスを取り除けば、コップの中のカウンスは 8 個という答えが得られるという説明をする。5 年 10 章 8 課とほぼ同様の説明である。6 年生ともなれば抽象的思考が相当可能であり、ここまで具体的モデルが必要かという気もする。

Make Connections	
Using Models	Using Paper and Pencil
Make a model.  $m + 6 = 14$	Write an equation. $m + 6 = 14$
Remove the same number of counters from each side of the equation.  $m + 6 - 6 = 14 - 6$	Subtracting the same number from both sides keeps the equation balanced. $m + 6 - 6 = 14 - 6$
The number of counters in the cup is the same as the number of counters to the right of the equal sign.  $m = 8$	The value of m is the same as the number to the right of the equal sign. $m = 8$

図10 足し算の方程式

7 課は足し算と引き算の方程式を学ぶ。5 年 10 章 9 課と同様の内容である。猫の

体重を量るのに、2 ポンドの重さのかごに入れて量る。 t が動物をかごに入れて量った重さ、 a は動物の体重として、 t と a の関係式 $t = a + 2$ を求めさせる。そして t が 15 の時のねこの体重を $15 = a + 2$ から、求める。 $t - 0.25 = 38.5$ を解くのに、両辺に 0.25 を加えて解く。5 年時の学習の復習である。

8 課は掛け算と足し算の方程式を学ぶ。5 年 10 章 10 課の学習の発展である。時速 45 マイルでは、135 マイル走るのに何時間かかるかを考える。 d を距離、 r を時速、 t を時間として $d = rt$ を理解させる。両辺を r で割って、 $\frac{d}{r} = \frac{rt}{r}$ の式を導き、 $\frac{d}{r} = t$ を得る。

9 課は一次方程式を立てて、それを解く。5 年 10 章 12 課の復習と発展である。天体望遠鏡を購入する資金を得るため、科学部では、科学ショーを催すことにした。開催の費用は 510 ドルかかり、チケットは 1 枚 3 ドルとする。600 ドルの利益を得るにはチケットを何枚売らなくてはならないかを計算する。 p を利益、 n を販売したチケット数として立式し、計算する。

10 課は問題解決手法の学習で、方程式を書く。科学展に今年は 62 人が集まった。これは昨年より 4 人多い。昨年は何人が集まったかを方程式を立てて 4 段階手法で解く。

11 課は演算の諸法則を用いる学習である。分配法則を用いて、 $3x + 7x = (3 + 7)x = 10x$ が成り立つことを知る。 $3a + 4a = 35$ を解く。

12 課 A は意思決定問題である。7 社の営業社員の給料体系（固定給、歩合率）と前年度の月間売り上げの最小値と最大値が与えられて、どの会社に勤めるかを決定する。給料が売り上げの 1 次関数になっている。B は傾斜を自転車で降りるとどれだけ遠くまで行くかということ調べる。本を載せて作った傾斜の上をクレヨンが転がしてどこまで転がるかを、傾斜度（載せた本の冊数）別、回数、転がった距離の表を作成し、調べる。

9 章は「珍しいこと」がテーマで、整数と有理数を学習する。半分くらいが 5 年 9 章の復習で、残りが発展である。負べき乗が定義されているが指導法に疑問を感じる。

15 課から成り、13~15 回分の学習内容である。章の目標は「整数の足し算・引き算、四象限でのグラフ作成に習熟する。整数を用いた掛け算・割り算及び代数表現を導入する。負べき乗、有理数、有理数での演算を導入する。代数的思考を発展させる」である。惑星の平均表面温度の表、水星 167 °、金星 464 °、地球 15 °、火星 -63 °、木星 -108 ° を導入に用

いる。地球と木星の温度差を求めさせたりする。1～8課で整数を、9～15課で有理数を学習する。

1課は整数と数直線の復習である。5年9章1課と似た学習である。最初に、カリフォルニア州の国立公園内の海拔下282フィートの地点の標高をどのように表すかを考える。いくつかの正負の整数を数直線上に並べる。8ドルの借金を -8 ドルと表す方法を知る。

2課は整数の足し算を調べる。ほとんどの内容が5年9章2課の復習である。表と裏で色が異なるカウンタを用いて正負の整数の足し算を確認する。

3課は整数の足し算を学習する。5年9章3課の復習である。海拔下3フィートの地点から、階段を9フィート上った地点の標高を求める。数直線を用いて説明する。 $(-16 + 24) + 16$ を交換法則、結合法則を用いて計算する。

4課は整数の引き算を調べる。5年9章5課と同じ手法を用い、2課で使用したカウンタを使って、説明する。被減数において、減数と同符号のカウンタが減数分より少ない場合は、足りない分だけ正と負のカウンタを追加して考える。

5課は整数の引き算で、5年9章6課の学習を復習する。数直線を用いて、 $-5 - -10$ 、 $3 - 5$ 、 $-9 - (7 - 11)$ 、 $8 - -6 + -9$ などを計算する。

6課は文章を読んでの問題解決である。理由の妥当性を調べる。ある日の浜での最高の波が8フィートで、最低の波が -6 フィートであった。この2つの波の高さの差は2フィートであると1人の児童が主張したがそれは正しいか、という問いである。これを4段階手法で解決する。

7課は整数の積を学習する。気温が1時間に2度ずつ5時間下がり続けると何度下がるか (5×-2) 、という問いを解くのに、 $5 \times 2 = 10$ 、 $5 \times 1 = 5$ 、 $5 \times 0 = 0$ 、 $5 \times -1 = -5$ 、 $5 \times -2 = -10$ というパターンを用いて説明する。新たな計算の導入であるが、我が国と比べると説明が不足している。 -3×4 についても、 $2 \times 4 = 8$ 、 $1 \times 4 = 4$ 、 $0 \times 4 = 0$ 、 $-1 \times 4 = -4$ 、 $-2 \times 4 = -8$ 、 $-3 \times 4 = -12$ というパターンで説明する。 $-3 \times -2 = 6$ については、 $-3 \times 4 = -12$ 、 $-3 \times 3 = -9$ 、 $-3 \times 2 = -6$ 、 $-3 \times 1 = -3$ 、 $-3 \times 0 = 0$ 、 $-3 \times -1 = 3$ 、 $-3 \times -2 = 6$ を示して説明する。

8課は整数の割り算を学習する。アラスカの冬の日の最高気温が -22 °Fで最低気温が -40 °Fであった。平均気温は何度かという問いを考える。 $-62 \div 2$ を求める。

9課は問題解決手法の学習で、異なる解法を用いて解く。深海探査の潜水艇が最初2,000m潜り、さらに1,000m潜行した後、700m上昇した。

潜水艇の深度はどれだけかという問いを2種類の方法で、4段階手法を用いて解く。一つ目は、2000mから、さらに300m深いから $2,000 + 300 = 2,300$ 、すなわち2,300mと解く手法であり、もう一つは、 $-2,000 + -1,000 = -3,000$ 、 $-3,000 + 700 = -2,300$ と解く手法である。

Objective: Solve equations that include integers.

Algebra & Functions

Equations with Integers

Learn

Sudden drops in temperature are common during the winter months after the sun goes down. In one hour the temperature dropped 12 degrees. What was the temperature before the drop?

Example 1
Let x represent the temperature in degrees Fahrenheit before the drop. Solve the equation $x - 12 = -9$ to find the temperature before the drop.

Add 12 to both sides of the equation.

$$x - 12 = -9$$

$$x - 12 + 12 = -9 + 12$$

$$x = 3$$

Remember: Addition is the inverse operation of subtraction.

The temperature was 3°F .

Check by substituting 3 for x in the original equation.

$$x - 12 = -9$$

$$3 - 12 = 3 + -12 = -9$$

$$-9 = -9 \checkmark$$

Temperature after the drop

図11 負の整数を含む方程式

10課は整数の方程式を解く。気温が急激に12 F下がって9 Fとなった。下がる前は何度だったか、という問いを考える。温度計の図があり、自分で考えるようになっている。 $x - 12 = 9$ の方程式を立てて解く。また、 $x + 18 = 5$ の方程式を解き、検算する。

11課は、負べき乗を定義する。ナトリウムの放射性同位元素の半減期が1分であることを述べ、「これ16gは、1分後には半分の8gが他の物質に変化して、8gに減る」と説明して2分後には何グラム残るかを問う。 $a^1 = a$ 、 $a^0 = 1$ を確認した後、 a が0でなく、 n が正整数ならば $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ であることを記す。そして $2^{-1} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ 、 $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$ 、 $7^{-1} = \frac{1}{7}$ 、 $7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$ 、 $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0.1$ 、 $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = 0.01$ を示す。 2^{-1} も形式的な説明で、理解しづらいのではないかと考える。半減期が正しく理解できるかどうか疑問である。また、半減期が1分位のナトリウム同位体は存在しない。さらに、半減期が1分である物質は、30分でおよそ10億分の1にまで減るため自然界には存在しない。半減期が1分という物質は、ある放射性元素が崩壊を重ねて、安定した元素に到達するまでにおける中間過程においてのみ存在するものであり、気体のラドンがその例である。自然界の実態とあまりにかけ離れた創作例は、深く考えればこのような矛盾に気付くことになり、疑問を感じる。

12課は有理数の概念を導入する。分数で表される数を有理数と言うと説明するが、有理数でない数の例として円周率を提示するのは、優れているとは思えない。 π など、もっと分かり易い無理数を示さなくては、有理数の概念は習得できないと考える。逆に言えば無理数の導入は、 π の導入後でよいと考える。 $\sqrt{8} = \frac{8}{1}$ 、 $\frac{43}{5} = \frac{23}{5}$ 、 $\sqrt{3.1} = \frac{31}{10}$ ゆえ、これら3個の左辺の数は有理数であると説明する。

13課は有理数上の演算を調べる。絶対値を導入して、これまで学習した計算法を振り返る。 $\sqrt{4.2 + 1.7}$ において、 $|\sqrt{4.2}| = 4.2$ 、 $|1.7| = 1.7$ 、 $4.2 - 1.7 = 2.5$ 、絶対値が大きいのは $\sqrt{4.2}$ ゆえ答えの符号は負、よって、 $4.2 - 1.7 = \sqrt{2.5}$ という通常の解き方を説明する。

14課は、5年10章6課で学習した象限の復習である。4つの象限内の4点の座標を求める。用語として、第1座標成分、原点、第2座標成分が導入される。

与えられた4点の座標から、それらの点を通る直線の式を求め、その直線のグラフを描く。5年時においては、与えられた式の上の点の値を4つ計算する問いであった。

15課Aは意思決定問題である。4象限からなる平面上に2つの小学校、中学校、高校、警察、2つの消防署が配置された図がある。それを基に「将来家庭を持ったとすればどこに自宅を購入するか決めなさい」という楽しい意志決定である。Bは落下した物体がどのように跳ね返って静止するかを調べる。原点上から殻付きの綿の実、クリップ、カウンタをそれぞれ3回ずつ落下させ、落ちた位置の座標と原点からの距離を記録し、各々の平均距離を求める。

第10章は、“芸術と建造物”というテーマで、図形を学ぶ。前半では、同位角、錯角以外、後半では作図以外はほぼすべて5年の復習である。

13課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「図形の分類と計測に習熟する。コンパスと定規を用いた作図を導入する。合同、相似、変換などを含む幾何学的概念に習熟する。問題解決手法を発展させる」である。1～6課で図形を学習し、7～13課で応用する。18本の鉛筆で作成した正六角形4組を組み合わせた立体図形を導入に用いる。

1課は4、5年で学んだ幾何学的概念の復習である。点、直線、半直線、端点、線分、

頂点、合同な線分（長さの等しい線分）、垂直線、水平線、平面、開いた図形、閉じた図形、多角形、辺、対角線を復習する。

2 課は、5 年10章 2 課で学んだ角度の測り方、角度の分類を復習する。分度器を用いた角度の測り方を図を用いて説明する。5 年次より丁寧な説明である。角、角度、鋭角、直角、鈍角を復習し、合同な角（同じ大きさの角）、正多角形、真っ直ぐな角（ 180° ）を導入する。

3 課は 2 直線と 2 角の関係を学ぶ。最初に、交わる二直線、平行な二直線、垂直な二直線を復習する。次に 2 角の組として、隣接する角との組、 90° の補角との組 (complementary angles)、 180° の補角との組 (supplementary angles) を学ぶ。交わる二直線の対頂角、平行な二直線とそれらに交わる直線に関し、同位角と錯角を学習する。

4 課は三角形を分類し、問題を解く。5 年11章 3 課の復習を超えない。三角形の内角の和が 180° であることも、紙に書いた三角形の三つの頂角をちぎって合わせて、 180° になるという実際に調べる手法で確認するだけである。前課で学習した平行線の錯角が等しいことを用いて、論理的に示す手法には全く触れてない。4 年10章、5 年11章で学習した用語、正三角形、二等辺三角形、不等辺三角形、直角三角形、鋭角三角形、鈍角三角形を復習する。長さの等しい線分とはいわずに、合同な線分というのは、合同の概念を 2 次元、3 次元の図形に限らず 1 次元の線分にも用いるということであり、一つの考え方である。

5 課は四辺形を分類し、問題を解く。5 年11章 4 課の復習が主である。平行四辺形、菱形、長方形、正方形、台形以外に扇（隣接する二組の辺が合同）を定義する。四辺形間の包含関係を学習する。また、3 つの内角が判っている場合の最後の角の大きさを計算する。

6 課は文章を読んでの問題解決である。幾何学模様を用いる建築家について述べた文章の中で、正方形に対して二本の対角線を加えるといくつの部分に分割されるかを問う。これを 4 段階手法で解く。

7 課は円の学習である。5 年11章 10 課で学習した円、中心、弦、直径、中心角、半径を復習し、新たに円弧、扇形を学ぶ。5 年時と同様に、トリマンコンパスという道具を用いて円を描く。また、半円と、それに隣接する中心角が 50° の扇形が描かれた図において、残りの扇形の中心角 130° を求める学習をする。

8 課は合同と相似を学習する。ほとんどが 5 年時の復習である。

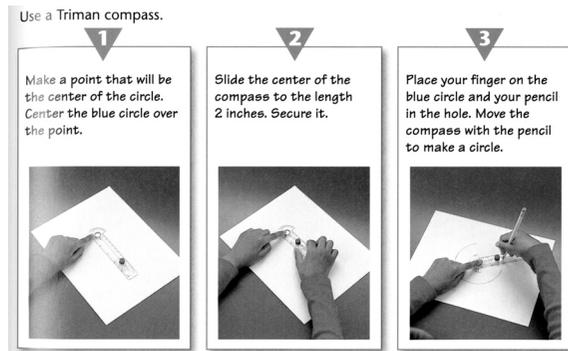


図12 トリマンコンパス

10-10 Objective: Solve problems by finding a pattern.

Problem Solving: Strategy Find a Pattern

Read → Read the problem carefully.

"I see a pattern in the dimensions of the levels of that modern art sculpture," said Staci. Each level is a triangle. What could the dimensions of the top two levels be?

- What do you know?
- What are you asked to find?

The dimensions of the bottom 3 levels
The dimensions of the top 2 levels

図13 高さの差が暗黙で一定

9 課はユークリッド変換と対称を学ぶ。5 年11章 7, 8 課の復習が主である。ユークリッド変換、平行移動、回転、折り返し、線対称、対称軸を復習する。

10 課は問題解決手法の学習である。モダンアートの作品の寸法を求める。3 段目までが判っている場合に 4, 5 段目の寸法をパターンを用いて求める。同じ高さだけ離れていることが暗黙の了解になっている。

11 課は作図の学習である。コンパスと定規を用いて、与えられた線分の垂直 2 等分線を引き、中点を求める。また、2 等分角を求める。方法を説明するが証明はしないので、我が国では考えられない指導法である。証明も理解できる年齢になって指導すればよいと考える。

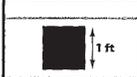
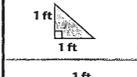
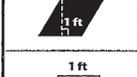
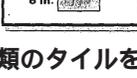
12 課は敷き詰めについて学ぶ。正六角形は敷き詰められるが、正五角形は無理であることを説明する。いろいろな図形が敷き詰められるかどうかを調べる。5 年11章11 課の復習と発展である。

13 課 A は10フィート四方の床を敷き詰めるのに、4 種類のタイルから 2 つ以上を用いるとしたらどれにするかという形状と予算を考える実用的な決定問題である。B は、隕石の落下速度と、クレーターの大きさと深さの関係を調べる。箱に小麦粉を深さ10 cm入れて、丸い小石を10cm、50cm、2 m から 3 回ずつ落として、クレーターの直径、深さを測り、平均を求める。

Objective: Apply geometry to making decisions.

10-13 A Problem Solving: Application Decision Making

You are choosing tile to cover a kitchen floor. You want a design that uses more than one shape. The kitchen floor has an open space of 10 feet by 10 feet.

	Tile Shape	Cost per Tile
	Square	\$2.45
	Triangle	\$1.08
	Parallelogram	\$3.15
	Rectangle	\$1.08

You Decide!
Decide on a tessellating pattern. Choose which tile shapes to buy and determine how much it will cost.

図14 2種類のタイルを用いた敷き詰め

第11章は“公園へ行こう”というテーマで、色々な図形の周長、面積、体積を、変数を用いて学習する。指導は我が国の方が丁寧である。5 年の復習の単元も多い。

12 課から成り、13~15 回分の学習内容である。章の目標は「立体図形の特定に習熟する。周長、表面積、体積の計算に習熟する。円柱と三角柱の体積を求める。周長、面積、表面積と体積を日常生活で応用する」である。1~7 課で周長と面積を学習し、8~12 課で表面積と体積を学習する。4 力所の国立公園の面積を表す棒グラフを導入に用いる。

1 課は多角形の周長を求める。5 年12章 1 課の復習と発展である。5 年時と同様に、2 辺の長さが l , w である場合の長方形の周長 p 、辺長が s である場合の正方形の周長 p を与える式を作成する。また、2 辺の長さがそれぞれ w , $2w + 3$ である長方形の周長を与える式を求め、 w , $6w$, $p = 6w + 6$ の値を、 $w = 3, 3.5, 6$ の場合に計算して表を作成する。本課のような学習で文字式になじむのは重要であると考え。

2 課は長方形、正方形、平行四辺形の面積を求める。5 年12章 2 課、4 課の復習と発展である。面積の公式、正方形 $A = S^2$ 、長方形 $A = lw$ 、平行四辺形 $A = bh$ を復習する。練習問題では、大きく傾いた平行四辺形の場合の面積も、説明なしに公式を適用している。我が国であれば、公式が成り立つことを確認してから用いる。

3 課は文章を読んだ問題解決である。5 年時と同様に、周長と面積を区別する。縦80

フィート、横40フィートのプールの底に1フィート四方の正方形のタイルを敷き詰めるのに必要な枚数を求めるには、プールの周長を計算するのか、それとも面積を計算するのかを考える。

4 課は三角形の面積の求め方を学ぶ。我が国と同様に、合同な三角形二つで平行四辺形を作成して説明する。平行線を引いて、高さと底辺がそれぞれ同じ長さの三角形の面積が等しい説明はしない。いろいろな三角形の面積を、その形状においても面積の公式が成り立つかを確認することなく、ただ公式に当てはめて求める。5 年時と同様の内容である。我が国の方が丁寧に指導している。

5 課は円周の学習である。5 年時では、フライングディスクや紙コップなど身の回りの様々な大きさの円の直径と円周を測り、円周と直径の比を求め、それが3.14に近いことを確認した。本課では、同様のことをコンパスを用いて自分で描いた円の円周を、糸ひもを乗せて測ったのち行う。5 年時とほぼ同様の内容である。

6 課は円の面積を調べる学習である。方眼紙に様々な大きさの円を描き、それらの面積を概算する。円の内部に全体が含まれる正方形の個数と、部分が含まれる円の個数を数え、前者+(後者の半分)を用いて概算する。半径の2乗で割った値を計算させて円の面積が円周率×半径の2乗であることを理解する。5 年時との違いは、正方形の数え方が厳密になった点である。円の面積の理論的説明はなされていない。

7 課は、半径または直径から、円の周長と面積を、それぞれの公式を用いて計算する。周長から半径を求める問いも提示されている。公式に習熟するための計算練習である。

8 課は問題解決手法の学習で、内部にプールがある市立公園の円形デッキのデッキの部分の面積を求める。簡単な問題に直して解く。

9 課は立体を学習する。5 年時に学習した用語に加えて、六角柱、六角錐、多面体を学習する。また、展開図を復習する。単位立方体をいくつか積み重ねた図形の正面、側面、上面から見た図を選ぶ学習は、5 年生より図形が複雑になっている。

10 課は直方体の表面積と体積を学ぶ。5 年11章11, 12課の復習である。立方体の表面積を求めた後、展開図を用いて直方体の表面積を求める。次に単位立方体で、直方体を埋めることによって、その体積を求める。そして、公式から解く方法を学ぶ。

11 課は円柱と三角柱の体積を求める。円柱の容器に水を入れて、底面積×高さで体積が求まることを知り、三角柱の場合にも応用する。我が国であれば、面積の時と同様に三角柱の場合を先に求めてその結果を円柱に応用する手法を探るところである。

12 課 A は 4 種の水槽のどれを購入するかを決める問題である。魚を飼育するには魚の体長 1 cmにつき、30cm²の水面が必要であるということと、購入したい魚の種類と最小購入匹数、体長、及び水槽の大きさを基に購入する魚数と水槽を決める。B は耐震構造の実験である。連結キューブを組んで 4 種類の塔を作成する。それらを深さ 5 cmの小麦粉の層に 1 cm埋め込んだ後、容器を揺すって倒れるまでの時間を計る。各々 3 回実験して平均を求め感想を記述する。

第12章は“光、カメラ、冒険”というテーマで、比と比例式を学習する。

8 課から成り、11~13回分の学習内容である。章の目標は「比と比例式概念理解を構

築する。割合と縮図、拡大図に習熟する。問題解決手法と代数的思考を発展させる。比と比例式を日常生活で応用する」である。1～3課で比と割合を学習し、4～8課で比例式を学習する。世界の最高峰10峰のリストから、四捨五入して28,000フィート以上の峰の割合を求める計算を導入に用いる。

1課は等価な比を学ぶ。5年13章2課の復習が主である。ガラパゴス諸島で確認した10種の水棲動物の個体数の表から、すべてのサメを数え、アシカとサメの個体数の比を求める。等価な比を学習し、 $\frac{6}{8}$ と等価な比として、 $\frac{18}{24}$ 、 $\frac{3}{4}$ を求める。また、 $\frac{15}{75} = \frac{n}{300}$ のnを求める。

2課は割合と単位割合を学習する。5年13章3課の復習が主である。マウンテンバイクで20マイルを2時間で走行する人は、その速度で走行すると6時間で何マイル走行するかを考える。単位価格を復習する。

3課は文章を読んだ問題解決である。北米大陸2,800マイルを100時間で途中着地せずに横断した熱気球冒険は、時速280,000マイル飛んだとして正しいかという問いを、4段階手法を用いて判断する。

4課は比例式を学習する。等価な比 $\frac{6}{120}$ と $\frac{12}{240}$ において $6 \times 240 = 12 \times 120$ を示す。6:120と12:240は5年で学習済みだがこの形を用いた内項の積と外項の積が等しいという説明はない。練習問題で、 $\frac{60}{4} = \frac{n}{6}$ と $\frac{11}{n} = \frac{4}{9}$ を求める。後者の答えは24.75である。

5課は問題解決手法の学習で、式を作成して解く。登山で持って行くために、水とレモンジュースを9:1で混ぜた飲料5クォートを作りたい。水とレモンジュースはそれぞれ何クォート必要かという問題を、レモンジュースの量をnクォートとして式を立てて4段階手法で解く。

6課は相似の図形を調べる。相似の図形は対応する角の大きさが等しく、対応する辺の長さが比例していることを方眼紙を用いて確認する。相似の台形の未知の辺の長さを計算する。

7課は縮図を学習する。地図を用いて、地図上の2点の距離から実際の距離を求めたり、実際の距離から地図上の距離を計算したりする。

8課Aは意思決定の問題である。親戚30人で筏下りに参加する。6業者の中から選ぶ。料金は、人数、日数が異なる設定になっている。また、乗馬、ゴルフ、ロッククライミングが次の希望種目である。様々な選択が考えられ、複雑な問題になっている。Bは振り子の実験である。クリップと消しゴムを30cmの糸の先に留めて、8時の位置まで傾けて放して10往復するまでの時間を計る。ほとんど差がないことを確かめて、次に糸の長さを15cm、60cmにして8時の位置で消しゴムを使って実験する。最後に、30cmの長さで消しゴムを7時の位置で放す。これらの実験結果を考察する。

第13章は「仕事に行こう」というテーマで、百分率を学習する。売上税、値引きなど、実生活での場面が多い。

11課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「パーセントの概念理解を構築する。分数、小数、パーセントを関連付けること及び円グラフに習熟する。売上税、利息、値引きの概念を導入する。パーセントを日常生活で応用する。問題解決手法を発展させる」である。

1～7課でパーセントを学習し、8～11課で応用する。導入として、ショッピングモール内の店舗（合計90店舗）を分類した表を基に、衣料店63店舗の百分率を求める。

1課はパーセントの意味を調べる。5年14章1課の復習である。10×10のマス目を用いて説明する。分数、小数、比、パーセントを関連付ける。

2課はパーセント、分数、小数を関連付ける学習で、5年14章2課の復習と発展である。分数、小数をパーセントに直す。22%と $\frac{1}{4}$ の大小を問う練習問題が掲載されている。

3課は数に対する百分率を学ぶ。レストランでの昼食代が11.63ドルの時、売上税が6%であれば支払いはいくらかであることを求める。セント未満は四捨五入する。さらに代金のおよそ15%をチップとしておくには、いくら置けばよいかを計算し、実際に概算する場面を設定する。

4課は文章を読んだ問題解決である。表現方法を選択して解を求める。南カリフォルニアでは、最高気温が60°F以上の日が、2月は25%、3月は20%あるという。それぞれおよそ何日か、という問いを解くのに、2月については、25%を $\frac{1}{4}$ として、28の $\frac{1}{4}$ を求める。3月は20%を0.2として、31の0.2倍を求める。

5課は一つの数の全体の数に対する百分率を学ぶ。香りがある・ない、大きい・小さい、によって4種に分類されたロウソク工場の商品の各々のデザイン数が記された表から大きくて、香りがないロウソクのデザイン数が全部のデザイン数のどれだけかを求める。循環小数を説明して48が144の何パーセントかを求める。

6課は、売上税と値引きを学習する。売上税が7.5%の場合に12.35ドルの商品を購入するときの計算を説明する。購入価格と値引き、元の値段の概念を説明する。

7課は単利について学習する。利息、元金、金利、利率を学ぶ。元金と年利が与えられたときの、3ヶ月、4ヶ月、6ヶ月、8ヶ月、9ヶ月、1年の場合の利息、元利合計などを計算する。実用的な計算である。期間や年利を求める問いもある。

8課は問題解決手法の学習で、論理的推論を用いる。ベン図を導入する。“12人の演奏家がいる。全員がチェロかコントラバスのどちらか、あるいは両方を演奏できる。9人がチェロを演奏し、4人が両方を演奏する。チェロを演奏するがコントラバスは演奏しない演奏家は何人か”、という問題をベン図を描いて解く。追加の問いでは、コントラバスを弾く演奏家全員の数を求めている。

9課は円グラフの学習で、5年14章8課の復習と発展である。中心角を導入する。職員が981名の消防署における消防隊員数、救急隊員数、予防部門職員数、訓練部職員数などを円グラフに表したのから、各部門の職員数を求める。5年生の学習では、全体数が120で各項目の数値が5の倍数であったが、ここでは、いずれも一般の数となっている。そのため、四捨五入の計算が必要である。次に、逆に与えられた各項目の数値を基に、円グラフを作成する。円グラフにおける各項目の領域を定めるために、中心角を求める計算を学習する。

10課は百分比から全体量を求める学習である。“劇作家が公演チケットが1枚売れるごとに2.40ドル受け取ることになっている。これはチケット代の20%であるという。チケットは1枚いくらか”、という問いを考える。

11課Aは売上税6.5%も含めて、50ドル以内でのプレゼントを決める問題である。7品目について記された、定価、値引き率を基に、価格、売上税込みの金額を計算し、品目を

決める。Bは、ペーパータオル、スポンジ、索引カードの内、どれが最も水を吸収しやすいかを調べる。1分間水に浸して調べる。濡らす前と1分間濡らした後の各々の目方を量り、吸収した水の目方を知る。このデータを基に、吸収した水の比を求める。

第14章はゲームがテーマで、確率を学習する。我が国でも導入を検討すべき単元である。

9課から成り、11～13回分の学習内容である。章の目標は「確率の概念理解を構築する。排反事象、組合せ事象、樹形図の概念を導入する。独立事象と従属事象の概念を導入する。確率を日常生活で応用する。問題解決手法を発展させる」である。1～4課と、5～9課に分けて学習する。導入として、ティドルディウインクス（ポーカーチップのような小円盤を弾いて跳ね上げさせ、離れたコップなどに入れるゲーム）の成功と失敗の表から次の試行で成功する確率を求める。

1課は確率の学習である。確率実験、値、標本空間、事象、確率、不可能、確実、比などを導入し、サイコロを振ったときの値が3未満である確率を計算する。

2課は予想と推論の学習である。スピナーを回転させたとき、4等分した扇形の特定の一つの領域で止まる回数を、300回試行した場合について予想する。次に、3種の新ゲームに対する450人の児童の関心を調べるために50人の児童を抽出して得られた結果において20人が一番好きと答えたゲームは、450人中何人が好きと考えられるかという問題を考える。

3課は排反事象を学ぶ。裏返しに置いた1から20までの数字が書かれたカードから、4以下あるいは16以上のカードを引けば賞品がもらえるくじが当たる確率を求め、それが4以下の起きる確率 $p(1, 2, 3 \text{ or } 4) = \frac{4}{20}$ と16以上が起きる確率 $p(16, 17, 18, 19 \text{ or } 20)$ の和であることを知る。そして、事象Aと事象Bが同時に起きることがないならば、 $p(A \text{ or } B) = p(A) + p(B)$ であることを学習する。また、3であるか、4以下である確率の場合にはこの式が成り立たないことを確認する。 $p(A)$ のような集合に対して値を定める関数を導入しているわけだが、Aの表し方を正確に記述せずに導入するのは、日本では難しい。

4課は文章を読んだ問題解決である。420人の児童の内、126人が週1度以上ビデオゲームをすると答えたことを基に、1人の児童が、「無作為に選んだ子が週1度以上ビデオゲームをしている確率は $\frac{2}{3}$ である」と答えたがそれは正しいかどうかを4段階手法を用いて判断する。

5課は問題解決手法の学習で、シミュレーションを用いる。サイコロを振って1から6までのすべての目が1回以上出るまでに平均何回サイコロを振るかを実際に振ってみて調べる。16回振って、平均16.75を得た。

6課は組合せ事象を調べる。3つのスピナーがあり、1番目は、3等分した扇形の一つずつに、A、B、Cが割り当てられ、2番目は2等分した半円に1と2が、3番目は2等分した半円にPとYが割り当てられている。3つのスピナーを回したときに得られる組合せを調べる。A1P, A1Y, ..., C2P, C2Yまでを樹形図を用いて調べる。サイコロを2つ振って出た目の和を表にして調べ、和が9になるのは何通りあるかを調べる。

7課は独立事象と従属事象を調べる。赤いカード2枚と黒いカード1枚を袋に入れて、2枚引き、それが共に赤なら勝ちというゲームを二通り考える。一つ目は、最初に引いた

カードを袋に戻して2回目を引くが、二つめのゲームでは、最初に引いたカードは袋に戻さず、残りの2枚から2回目を引く。各々のゲームを10回ずつ行う。

その後、最初のゲームでは、2回目に赤を引く確率は1回目が赤、黒に関わりなく $\frac{2}{3}$ であるが、2つめのゲームでは、最初赤を引いた場合は赤を引く確率は $\frac{1}{2}$ で、最初黒を引いた場合は1となることを確認する。そして、独立事象、従属事象の用語を導入する。

8課は独立事象と従属事象を学習する。赤いカード3枚と青いカード2枚で7課と同様のことを行う。樹形図を作成してすべての場合を調べる。また事象が独立か従属かを調べる。

9課Aは意思決定の問題である。上がりまで120段ある双六で、2つのスピナーを用いてそれらの数の和だけ進めていく。7種のスピナーの組のどれを用いるかを決める。10種類以上の数ができること、6のでる確率が12%以上であること、120の約数になっている数が多いことという条件を満たす組を求める。調べるのに相当時間のかかる問題である。簡単な問題、補助的な質問が用意されている。第4組が最適である。Bは商品の品質を評価するためのサンプル調査を学習する。シーリアル一袋をグループ全員に等しく分け、各自が、持ち分の中にレーズンが何粒入っているかを数え、サンプル調査の妥当性を考える。

終わりに

7回に渡って、米国小学校算数教科書を紹介した。基本的なことを繰り返し丁寧に教える、概念理解を重視している、問題解決能力の取得を目指す、など米国教科書の特徴がよく分かった。反面、数学という学問探究には関心が少ない様に感じた。

6年教科書に関していえば、5年生以下の復習が相当多い。教科書の対応ページを参照していてもどちらが6学年の教科書か問いからは判定できない場合も何回もあった。負数の導入、代数式作成、一次方程式の解法、座標平面でのグラフ作成、確率など我が国でも導入を考えるべき単元が多くある。また図形に関しては我が国の方が丁寧に教えている。

この7回の報告を基に、個別のテーマを深めた研究に取り組んでいきたい。

Objective: Apply probability to making decisions.
Problem Solving: Application
Decision Making

You Decide
 Which set of spinners should you use?

How would you like to create a new game? Suppose you have been given these guidelines:

- The game board has 120 spaces.
- There are two different spinners with numbers on them.
- Players will spin the spinners, find the sum of the numbers shown, and then move that many spaces on the game board.
- There are at least 10 different possible sums.
- The probability of a sum of 6 is greater than 12%.
- Most of the sums are factors of 120, the number of spaces on the game board.

Here are some spinners.

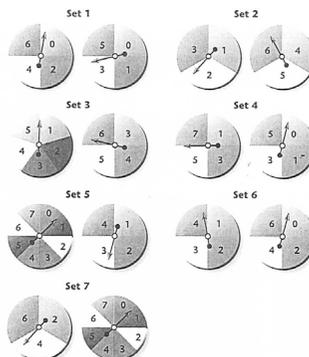


図15 スピナーの選択

表 NCTM基準

章	課	NCTM基準										章	課	NCTM基準										章	課	NCTM基準											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
1章	小数の足し算と引き算	1											6章	分数の掛け算と割り算	1										11章	周長、面積、体積	1										
		2										2												2													
		3										3												3													
		4										4												4													
		5										5												5													
		6										6												6													
		7										7												7													
		8										8												8													
		9A										9												9													
		9B										10A												10													
2章	小数の掛け算と割り算	1										7章	測定	1										12章	比と比例	12A											
		2									2											2															
		3									3											3															
		4									4											4															
		5									5											5															
		6									6											6															
		7									7A											7															
		8									7B									8A																	
		9									1									8B																	
		10									8章	関数と方程式	2									13章	百分率	1													
		11											3											2													
		12											4											3													
		13											5											4													
		14											6											5													
		15A											7											6													
15B									8											7																	
3章	データ、統計、グラフ	1												9章	整数と有理数	8												14章	確率	1							
		2									9													2													
		3									10													3													
		4									11											4															
		5									12A											5															
		6									12B											6															
		7									10章	図形	1												7												
		8											2											8													
		9											3											9													
		10											4											10													
		11											5											11													
		12A											6											12													
12B									7											13																	
4章	整数の性質と分数の概念	1												8								14															
		2												9								1															
		3												10								2															
		4										11								3																	
		5										12								4																	
		6										13								5																	
		7										14								6																	
		8										15A								7																	
		9										15B								8																	
		10										1								9A																	
5章	分数の足し算と引き算	1										2								9B																	
		2										3																									
		3										4																									
		4										5																									
		5										6																									
		6										7																									
		7										8																									
		8										9																									
		9										10																									
		10A										11																									
10B										12																											
										13A																											
										13B																											

授業時間数

1章	11~13	8章	13~15
2章	13~15	9章	13~15
3章	13~15	10章	13~15
4章	13~15	11章	13~15
5章	11~13	12章	11~13
6章	11~13	13章	13~15
7章	11~13	14章	11~13