

米国算数教科書紹介 (V)

Investigation of an American Arithmetic Text Book (V)

植村 憲治

UEMURA Kenji

Following the previous papers which treated text books and teacher's books for Kindergarten, Grade 1, 2 and 3 we introduce and investigate an American arithmetic text book and the teacher's book for Grade 4, named "Mathematics" published by McGraw-Hill Company. And we point out that in this text book, many more mathematical conceptions are taught than Japanese text books.

前稿までで、McGraw-Hill社のMathematicsの幼稚園年長組と1～3年生の教科書及びその指導書について報告した。本稿では小学校4年生用の教科書と指導書を検証した結果を報告する。

Mathematicsは幼稚園年長組から6年生までの7学年を取り扱っている。米国公立学校で広く用いられているもので、すべての巻の教師用指導書には冒頭に、National Council of Teachers of Mathematics (NCTM:全米数学教師協議会)が2000年に発行した“数学教師のための原理と基準”において採択された10の基準が提示されている。この基準は以下のものである。

1. Numbers and Operations (数と演算)
2. Patterns, Functions, and Algebra (パターン、関数、代数)
3. Geometry and Spatial Sense (幾何と空間感覚)
4. Measurement (測定)
5. Data Analysis, Statistics, and Probability (データ分析、統計、確率)
6. Problem Solving (問題解決)
7. Reasoning and Proof (理由付けと証明)
8. Communication (コミュニケーション)
9. Connections (関連)
10. Representation (表現)

これらの基準と各単元との関連及び授業時間数は、最終ページに表にしてまとめた。

4年生教科書を読んで感じたのは、我が国より多くの概念を教えている事である。授業時間数は176～204日分となっている。各章最終課Bの様に、我が国であれば他教科や総合的学習で取り扱う学習もあるので、単純には比較できないが、すべてを学習するのであ

れば、我が国の第4学年の算数の150時間に比べると、丁寧に多くを教える事になる。文章もさらに日常生活から採ったものが多くなる。また、数には演算が定義されるという事を理解させるため、4年生で学習する負数以外のすべての数において、数を学習した後必ず足し算と引き算を学習する。大きな数や分数は学習しても、それらの数の足し算、引き算を学習しない我が国の指導法とは大きく異なる。数は教えても演算を教えない教育は再考すべきである。

掛け算や割り算は相当多くの内容が3年次と同程度である。実際にどのように指導しているのか今後調べてみたい。これまでと同様に、全ての章の最終課は問題解決の応用で、意志決定のAと科学への応用のBに細分される。問題解決法においては、3年次と同様に既習の10手法を傍らに提示しながら解く。問題解決能力を身につけるにはこれは、重要な手段であり、我が国でも導入すべきである。

各章は、前半と後半に分かれ、それぞれの最後に、ドリルが用意されている。また章末には、復習、用語の確認問題、発展問題などから構成される練習問題が11頁掲載されている。

第1章は、“野生動物の王国”をテーマとして、3年次の1章と同じく、位の数の値とお金を学習する。1,000,000から999,999,999までの数とお金を扱う。負数がこの学年で導入されることが我が国と大きく異なる。負数の導入以外は3年次の学習と同様のことを大きな数に対して説明している。

9課から成り、11~13回分の学習内容である。章の目標は「位の数とお金の概念的理解を構築する。位の数の値を求める。位の数とお金を実世界の場面で応用する。問題解決手法を発展応用する」で、3年次と同じである。1~5課では、位の数の値を学び、6~9課では、お金への応用を学習する。Math Wordsは、数字、展開型、ピリオド（区切りの“,”と“,”の間の3桁以下の数）、位の数の値、標準型、四捨五入、負数、正数である。演算記号と区別するため、正負の符号は、中央部でなく上部に記述する。

1課は、1,000,000がどれくらい大きい数であるかを調べる学習である。10 thousands, 10 ten thousands, 10 hundred thousandsなどを用いて理解させる。1マスが $10 \times 10 \times 10$ の立方体を表す $10 \times 10 \times 10$ の立方体を利用している。ここまで丁寧に教える必要は無いように思う。

2課は999,999,999までの数の位の数の値を知り、それらの数を標準型、単語型、展開型などで表す学習である。数は大きくなるが内容は3

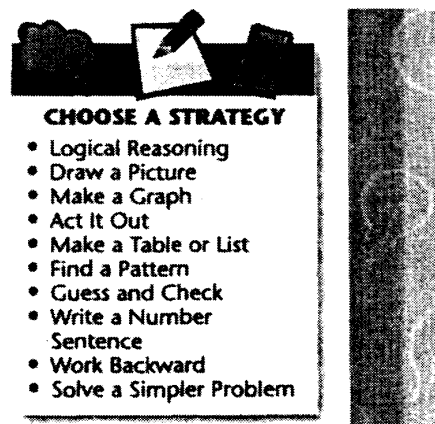




図1. 問題解決のための10手法

Make Connections
You can use models and patterns to think about models for 1,000,000.

Using Models	Using Paper and Pencil
	10 hundreds = 1,000
	10 thousands = 10,000
	10 ten thousands = 100,000
	10 hundred thousands = 1,000,000

Try It Find the answer.

1. How many tens are in 1,000?
2. How many hundreds are in 100,000?
3. How many thousands are in 1,000,000?

Sum It Up Explain why 1,000 thousand cubes can be used to build a model of 1,000,000.

Practice Find the answer.

4. What number do these thousand models show?

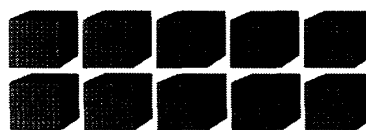


図2. 1000のモデル

年次と変わらない。

3 課は数の比較と順序づけを学習する。3 年次のものをそのまま大きな数で学習し直している。

4 課は問題解決のための数学的読み物である。これまで各学年を通して学習してきた問題を解くための4段階（読む、解き方を考える、解く、確認する：Read、Plan、Solve、Look Back）を、改めて確認させている。

5 課は四捨五入の学習である。この課も3年次と同様の内容を大きな数に対して学習する。

6 課は問題解決手法で、表を作成して解決する。3年次で学習したこととほぼ同じである。クラスで、エンジェルフィッシュ、クラウンフィッシュ、パッファのどれを購入するか希望調査結果を表にまとめる学習である。前学年までと同じく、4課で説明した4段階法で解決する。3年次と同じく、問題解決の10手法が傍らに掲載されている（図1参照）。

7 課は紙幣と貨幣を数えて金額を知ることと、釣り銭を求める学習である。5ドル札、10ドル札が用いられている点が3年次と異なる。

8 課では負数を導入する。動物基金への寄付申し込み（pledge）を負数で表現し、実際に支払った金額を正数で表現している。これらの2つの量は正負関係にあるとは言えず、わかりやすい説明とは思わない。また、負数は4年生では9章9課の気温で再現するだけであり、ここで導入する意義もよく分からない。 -10 から $+10$ までの数直線を学習する。華氏で計った温度が学習に用いられている。なお引き算の演算記号との混同を避けるため、数の符号は -10 、 $+10$ の様に上部に記して表している。

9 課 A はデータを分析して決定する学習である。店によって5ポンド、10ポンド、20ポンドと異なる量単位で販売しているドッグフードを20ポンド購入するのに、広告による価格と、店までのガソリン代を計算して4店のどこで購入すべきかを決定する。B は科学への応用で、一人一人が他人とどのように違い、どこが同じかを調べる。好きな数、30秒間でできる腕立ての回数、睡眠時間、知っている犬と猫の数等10項目を、組んだ相手と回答を照らし合わせて、同じ点と異なる点を調べる。

第2章は、“楽しい場所”というテーマで、足し算と引き算を学習する。我が国では、4位数同士の足し算と引き算は学習指導要領外の内容で、教えても1時間であるのに比べると、内容が充実している。我が国の、大きな数は教えてもそれらの数の足し算、引き算を教えない学習は不十分なものであり、数学的思考を無視したものである。

14課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「足し算の性質の概念的理解を構築する。自然数の足し算と引き算に習熟する。足し算と引き算の逆演算に習熟する。問題解決手法を発展させる」である。1～6課で足し算を学習し、7～14課で足し算を利用する。

新しいMath Wordsとして、変数がある。変数は我が国でも早くから導入すべきと考える。交換法則、結合法則もこれらの用語を用いて導入される。

導入として、お祭り期間中の2日で集めたチケットのポイントを使ってゲーム機をもらうに必要なポイント数を計算するのに、必要な足し算、引き算、暗算、概算などを説明している。

1 課は足し算の性質を用いた学習である。 $a + b = c$ の式の、1つの値がアルファベット記号になっていてそれを求める問いや、移項して得られる引き算式を用いた問いを学習する。

2 課は、3年3課のパターンを用いた計算を大きな数に拡張する。 $5 + 7 = 12$ 、 $50 + 70 = 120$ 、 $500 + 700 = 1,200$ 、 $5,000 + 7,000 = 12,000$ 、 $50,000 + 70,000 = 120,000$ 、 $500,000 + 700,000 = 1,200,000$ を学習する。4年生になってまでこのような学習を行う必要性がよくわからない。

3 課は2つまたは3つの数の和とお金の計算の復習である。6桁、3桁、4桁の数を足す計算があり、繰り上がりが4回、繰り上がり数に2がある計算である。これらは我が国でも小学校の段階で学習すべきものである。

4 課は暗算の学習で、 $198 + 375$ を $200 + 373$ とする計算などを行う。

5 課は四捨五入による概算を学習する。2年次に導入し、3年次で学習した繰り上がりが2度ある3位数同士の和を復習する。4位数たす3位数や5位数たす4位数の概算を取り上げる。また、概算の応用として、 $7,214 + 5,125$ と $6,302 + 5,415$ の2式の間不等号を書かせる問いがある。これらは、我が国でも取り入れるべき内容である。

6 課は問題解決のための読み物で、428枚のフットボールカードと504枚の野球カードを持つ少年が新聞で取り上げられて、「900枚を超えるカードを収集した少年」との見出しで紹介された記事について、この見出しが妥当かどうかを判断させる。

7 課はパターンを用いた引き算で、2課に対応する。 $12 - 5 = 7$ から、 $1,200,000 - 500,000 = 700,000$ を学習する。 $2,000 - 700$ などを暗算で解答させる。

8 課は3位数までの引き算の復習が主である。繰り下がりが2度ある3位数引く3位数を復習する。縦書きの引き算での、繰り下がりの場合の補助数字の書き方を練習する。

9 課は数と金額の引き算を学習する。1000ドルからセントまでの、6桁の数同士の引き算を学習する。繰り下がりが3度現れる。

10 課は被減数に0がある場合の引き算を学習する。補助数の書き方が我が国とは異なる。5位数引く3位数、5位数引く5位数などの計算をする。

11 課は問題解決手法で、未知数を含んだ式をたてる学習である。「Nelson君はお金を何ドルか持っています。41ドル払ってステンドグラスセットを買ったら、残りは10ドルになりました。最初何ドル持っていたのでしょうか」という問いから、 $m - \$41 = \10 という

式を作成させる。このように、文章から自然に得られる式を作成する学習は重要である。

Objective: Review subtracting up to 6-digit numbers across zeros.

Regroup Across Zeros

Learn

Valerie Darling and Arielle Ring started their own candle-making business to raise money for Romanian orphans. The girls raised \$500, but spent \$125 in supplies. How much money did the girls make for the children?

Math in ACTION

Valerie Darling and Arielle Ring

Example

Subtract: $\$500 - \125

1. Regroup the hundreds.

2. Regroup the tens.

3. Subtract.

Think: 5 hundreds = 4 hundreds, 10 tens

Think: 10 tens = 9 tens, 10 ones

Check: $375 + 125 = 500$

The girls had \$375 to give to the children.

図3. 上の位から書く補助数

12課は引き算の暗算を学習する。93 - 18を95 - 20または90 - 15と変形して暗算で計算する手法を練習する。

13課は引き算の概算を学習する。324 - 178を300 - 200で概算する。4位数 - 3位数の概算などを計算する。

14課Aは遊園地で昼食を取るのに、3店のメニューをみてどの店がよいかを検討する。Bは磁力を遮断する物質の実験である。磁石を、そのまま、紙、アルミホイール、ラップのいずれかである場合の4つの場合にそれぞれ、クリップをいくつぶらさげるかを調べる。我が国では、理科の内容である。

第3章は、“Going Places”、“お出かけ”とでもいうテーマで、データ、統計、グラフの作成を学習する。

12課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「データ収集と解釈、時の単位変換を習得する。グラフの選択、作成及び読み取りの理解を構築する。時、データ、グラフを実社会で応用する。レンジ、ミディアム、モードを知る。問題解決手法を発展させる」である。1～6課では、時とデータを学び、7～12課で、グラフを学ぶ。5課及び最終課の後にドリルが用意されている。導入として、米国の5都市のどこへ行きたいかの調査結果をタリーグラフで与えて、いくつか質問している。

1課は時刻の学習で、バスの時刻表から目的地の到着時刻を読み取る。また、アナログ時計での時の読み取りを復習する。秒、分、時間の関係を学習し、90分が11/2時間であることを知る。我が国では、比例の学習で扱う内容になるが、上段に時間、下段に分を記入する表が与えられて、1時間から5時間に対応する分を記入する問いがある。比例の学習をこのような形で早い学年で、実生活と結びついた内容で導入するのは、我が国でも取り入れるべきである。米国の4つのタイムゾーンの由来と、それに絡む問いが出されている。

2課は時間の学習で、マイアミからワシントンまでの所要時間を、出発時刻を知って、マイアミでの時刻表から求める問いである。4つの行き先、フライト便名、到着時刻から求める。時間の計算はできなくても、目的の便を求めただけでも

半分正解した気持ちになるのかもしれない。算数嫌いを作らないためにはそれもよいのかも知れない。

3課はカレンダーの学習で、ある日の何日後はいつかという類の問いがある。

4課はラインプロットを学習する。視覚的効果が高い表示である。

5課は、レンジ、ミディアム（真ん中のデータの値）、モードを学習する。レンジとモードは2年次で学習済みである。

6課は、問題を読んで解く。問題文に情報（条件）が足りないため解が存在しない問い

Objective: Find and use elapsed time.

Elapsed Time

Learn

The Lloyd family is traveling from Miami, Florida, to Washington, D.C., on Flight 108. It left at 11:30 A.M. How long is the flight?

Math Word
elapsed time
 the amount of time that passes from the start to the end of an activity

Destination	Flight	Arrival Time
Los Angeles	56	2:45 P.M.
Washington, D.C.	108	2:07 P.M.
Minneapolis	116	1:35 P.M.
Jackson	24	3:00 P.M.

図4. 飛行機の運航表

である。特定の情報がないため解がないという問いだが、これも必要と思う。

7課は、問題解決手法で、時間を逆にたどって解を求める手法を学ぶ。7時30分に始まるバスケットボール大会に出場するために乗るバスを時刻表から求め、バスストップまで徒歩35分かかることを考えると家を出るのは何時かを求める問いである。時間でなくても、物事を逆に考えるのは重要な解決手法である。

8課はピクトグラフを調べる。ピクトグラフは、3年4章で学習している。本課では、絵一つが4,6,8個分を表す場合を考えている。

9課は棒グラフの学習である。タリー表を基に作成する点も、3年次の学習と同様である。好きな動物の男女別の人数を動物ごとに並べて提示した棒グラフが新たな学習である。

10課は、3年次に学習した座標付きの平面になっている地図上に存在する施設などの座標と、そこに描かれた施設を示す図からなるコーディネイトグラフを学習する。地図を見ながら、各施設の座標を求めたりする。

11課では折れ線グラフを導入する。時間経過で変化するデータを表すのに用いることを説明している。1990年から2000年までの航空機の便数を記録した表を基に折れ線グラフを作成する学習がある。増加、減少、折れ線の傾きなどを読み取らせる。

12課Aでは、コーディネイトグラフが提示された自然公園内で、午前8時から午後5時までの間、児童集団がどの活動を行うか、希望調査の投票結果、午前中の活動課目、昼食は、30分ですませるスナックにするか希望者が多かったピクニックにするかなど、さまざまな事項を検討して活動プランを決定する。Bは練習の効果を調べる学習である。長方形の帯をはさみで切って得られた小片を組み合わせて、元の長方形を再現するというジグソーゲームを二人で10回行い、完成までの時間を計測し、学習効果を調べる。

第4章は、“宝物の収集”がテーマで、掛け算と割り算を学習する。この章はほぼ全てが3年次の復習に当てられている。実際にどのように指導するのかいずれ調べたい。

13課から成り、13~15回分の学習内容である。章の目標は「掛け算の法則の理解を構築する。掛け算と割り算の関係の理解を構築する。12までの掛け算と割り算に習熟する。問題解決手法を発展させる」である。1~8課で、掛け算手法を、9~13課で割り算手法を学習する。導入として、世界から集めた5種の人数数をタリーで表した表を基に、それらのすべての人形を5段の棚に同数ずつ並べると各段にいくつ並ぶか、足し算または掛け算をどのように用いるかを問う。Math Wordsでは、積の交換法則、積の恒等法則、積の零法則、倍数、素数、平方数、積の結合法則、被除数、除数、商が導入される。いろいろな概念、用語を早期に導入するのは、数学的思考を鍛えることになろう。

1課は、掛け算の復習で、主に1位数同士の積を扱う。 $2 \times (k \times 4) = 24$ を求める問いなども用意される。

2課は、積の交換法則、恒等法則 ($1 \times a = a$)、零法則 ($0 \times a = 0$) を学習する。3個のビーズが5組と、5個のビーズが3組は、ともにビーズの個数が15個であることを用いて交換法則を説明する。

3~5課は、九九の復習と、いくつかの性質を用いた計算である。3課は2,3,4,6の段の復習で、さらに 4×3 が、 $2 \times 3 + 2 \times 3 = 6 + 6$ と計算できることを示している。4課は5,10の段の掛け算、5課は7,8,9の段の掛け算である。 $8 \times 6 = 4 \times 6$

$+ 4 \times 6 = 24 + 24$ や $9 \times 5 = 10 \times 5 - 5 = 45$ という計算法を提示している。

6課は、文章を読んでの問題解決である。どの計算を用いるかを判断させるのがテーマである。贈り物にステッカーを6袋もらった。各袋にはステッカーが8枚入っている。ステッカーを何枚もらったかという問いで、3年生にも解ける問いである。

7課は 12×12 までの掛け算の表を提示して、 $7 \times 8 = 56$ を確認する。平方数、素数を表の中で示す。平方数を表の中で示すのは理解できるが、素数をこの表で示す意義がよくわからない。

8課は3つの数の掛け算を学習する。結合法則、交換法則を用いて、計算を簡単にする。 $2 \times 6 \times 4 = (2 \times 6) \times 4 = (6 \times 2) \times 4 = 6 \times (2 \times 4) = 6 \times 8 = 48$ を説明する。 $(2 \times 6) \times 2$ などを暗算で求めさせる。

9課は積と除の関係を学習する。32台のミニチュアカーを1段に8台並べると棚は何段必要かという問題を解く。主に、3年7章3課の内容の復習である。

10課は問題解決手法の学習で、アクト・イット・アウト手法を用いて解く。24人が出席する宴にどのテーブルも空きがないようにするには、5人用の円卓と、6人用の長方形卓のどちらを使用するか、という問いで、このような問いを、割り算をある程度理解したところで解くのも、論理的思考力を養うのに必要であろう。

11課は除数が2～12の割り算で、3年7,8章の復習である。 $54 \div 6$ を、6飛び、掛け算の逆算の2手法で解く。

12課は値の族を用いた掛け算と割り算の関係を復習する。3年8章7課の学習である。

13課Aはボーリング競技で獲得してきたトロフィーとリボンを飾る棚を購入するという問いで、棚のサイズと価格の表などが与えられている。トロフィーを飾るには3段、4段、5段の棚のどれを購入するかという類の問いが16問あげられている。この問いの解は、「3段の棚2つを購入する」である。Bは傾斜と、転がる距離の関係を調べる。本を1～5冊載せた傾斜を作り、頂上からクレヨンを転がして、どれだけ遠くまで転がるかを計り、表にまとめて考察する。

第5章は、「涼しい森とあつい砂漠」がテーマで、1位数による積を学習する。この章も3年次の復習が多くを占める。

9課から成り、11～13回分の学習内容である。章の目標は「1位数による積の概念的理

Read → **Read the problem carefully.**
 The Marble Collectors' Club luncheon is today! The club president wants to seat 24 members so that every table is filled. Each round table seats 5 people. Each rectangular table seats 6. Which shape tables should she use? How many tables will she need?

• What do you know? There are 24 members; the round tables seat 5; the rectangular tables seat 6

• What do you need to find? Which shape tables she should use; how many tables she will need

Plan → One way to solve the problem is to act it out using models.

Solve →

Model using round tables.
 Four tables are filled and 4 people are left over.

Model using rectangular tables.
 The president of the club should use the rectangular tables. She will need 4 tables. Zero people will be left over.

図5. 割り算の応用問題

題解決手法を発展させる」である。1～5課で掛け算を学習し、6～9課で掛け算を用いた学習を行う。4種の樹木の年間成長量を記した表を元に6年間ではどれだけ成長するかを求める問いを導入に用いる。

1課は3年9章2課で学習したパターンを用いた掛け算の復習である。 $4 \times 2,000$ (2,000の4倍)を求めるのに、 $4 \times 2 = 8$, $4 \times 20 = 80$, $4 \times 200 = 800$, $4 \times 2,000 = 8,000$ と計算する。これらの計算の暗算も復習する。

2,3課は3年9章3,4課で学習した(1位数) \times (2位数)の復習である。 6×29 を方眼紙に縦6、横29の長方形を描き、その面積が縦が6で、横が20及び9の、2つの長方形の面積に等しい、すなわち、 $6 \times 29 = 6 \times 20 + 6 \times 9$ で計算している。縦書き計算を復習する。

4課は3年9章5課で学習した概算の復習である。1位数と2,3位数の積を1位数同士の積を用いて概算する。

5課は文章を読んだでの問題解決である。196人がバス旅行に出かける。バスの定員は52人である。バスは5台必要かという問いを、52を切り捨てた概数50の4倍が200で、これが196より大きいから4台で足りるという考え方である。論理的思考力は、このような考え方を通して習得される。

6課は3年9章8課の復習である。1位数と3位数,4位数の積を求める。 2×164 を計算するのに164を、ブロックを用いて表して積を説明するが、3位数となるとブロックはかえって見づらい気がする。2倍だからまだよいが、6倍くらいになると見通しが非常に悪くなる。

7課は問題解決手法の学習で、繰り返し規則を求める。松ぼっくりを1段目は1つ、2段目は2つ、3段目は4つ、4段目は8つというように並べると、8段目はいくつになるかを問う。

8課は関数とグラフを学習する。Redwood国立公園では降雨量が1時間に800万立方メートルになるという。3時間、4時間ではどれだけ降るのだろうかという問いを時間と降雨量を表でまとめ、それをグラフにし、さらに $y=2x$ という式まで導入する。関数も用語として説明しており、“一方の量が他方の量に依存している関係”という言葉で説明している。いろいろな概念を導入して様々なとらえ方を学ぶのは大事である。だが、1時間でこれだけ教えられるか疑問もある。

9課Aは8人でキャンプ旅行に行くのに、食料をどのように調達し、何を食べるかを決める。Bは水道水を毎日どれだけ使っているかを記録して表にまとめ、調べる学習である。

第6章は、“水、全部水”がテーマで、2位数による積を学習する。パターンを用いた計算は位取りにも関係しており、我が国でも何らかの形で指導してよい内容である。

10課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「2位数による積の概念的理理解を発展させる。2位数による積を実社会で応用する。問題解決手法と代数的思考を発展させる」である。1～6課で掛け算を学習し、7～10課で応用する。北米で水深が3位までの湖の名前と位置及び深さの表を導入に用いる。

1課は積のパターンの学習で、乗数、被乗数ともに桁が増える場合を取り上げる。20

× 1,000を求めるのに、 $2 \times 1 = 2$ 、 $20 \times 1 = 20$ 、 $20 \times 10 = 200$ 、 $20 \times 100 = 2,000$ 、 $20 \times 1,000 = 20,000$ と計算していく。特に重要とも考えない。

2 課は 2 位数による積である。
 14×32 を、方眼紙を用いて説明する。長方形の図を示して、 10×30 、 10×2 、 4×30 、 4×2 を用いて導入するのはおもしろいが、掛け算の性質として教えるくらいがよいのではないだろうか。特に 2 位数同士の積の縦計算らしきものをこれを使って教えるのは 5 課で習得する手法とも異なり、計算方法の混乱を引き起こしかねない。

Make Connections
 You can use the Distributive Property to break apart the factors to find a product.

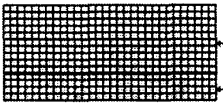
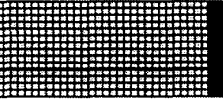
Using Models	Using Paper and Pencil
<p>Draw arrays for tens and ones in each of the factors.</p> 	$\begin{array}{r} 30 \\ \times 14 \\ \hline 300 \\ + 120 \\ \hline 420 \end{array}$
	$\begin{array}{r} 32 \\ \times 14 \\ \hline 300 \\ 120 \\ 20 \\ + 8 \\ \hline 448 \end{array}$

図 6. 2 位数同士の積の説明

3 課は 10 の倍数を掛ける計算である。掛けられる数は、5 桁までだが、発展問題では 6 桁である。“海洋調査で、1 分間に 32 フィート潜る潜水士は 30 分で何フィート潜るか”という問いを解くために、 30×32 (32 の 30 倍) を計算するが、その方法として、横 30、縦 32 の方眼紙のます目を数えて求める。掛け算の求め方の説明としてはそれでよいのだが、求めている深度は直線、すなわち 1 次元であり、2 次元である面積を用いたこの問いの計算説明は、違和感を覚える。縦計算を用いた説明もなされている。

Example 2

Find: $68 \times \$24$

<p>1</p> <p>Multiply by the ones. Regroup if necessary.</p> $\begin{array}{r} 3 \\ \$24 \\ \times 68 \\ \hline 192 \end{array} \leftarrow 8 \times 24$	<p>2</p> <p>Multiply by the tens. Regroup if necessary.</p> $\begin{array}{r} 2 \\ \$24 \\ \times 68 \\ \hline 192 \\ 1440 \end{array} \leftarrow 6 \times 24$	<p>3</p> <p>Add the products.</p> $\begin{array}{r} 2 \\ \$24 \\ \times 68 \\ \hline 192 \\ + 1440 \\ \hline 1,632 \end{array}$
---	---	--

It costs \$1,632 for 68 people.

More Examples

<p>C</p> $\begin{array}{r} 1 \\ 54 \\ \times 49 \\ \hline 486 \\ + 2160 \\ \hline 2,646 \end{array}$	<p>D</p> $\begin{array}{r} 3 \\ \$0,76 \\ \times 58 \\ \hline 608 \\ + 3800 \\ \hline \$44.08 \end{array}$
---	---

図 7. 積の補助数の書き方

4 課は文章を読んだ後の問題解決である。“マリナー施設でヨット教室が毎日 4 回催される。各回の定員は 24 名である。夏期 90 日開催する。年間何人が受講可能か”という問いを 4 段階手法で解く。

5 課は縦計算による 2 位数同士の積の計算法を習得する。補助数字の記入場所が我が国とは異なり、常に 2 位数の上に記入する。我が国の方が優れていると感じる。同じ場所に積み重ねて書くので間違いやすいのではないかと感じる。

6 課は積の概算の学習である。積数、被積数ともに概数にする。カップル料金 (1,895 ドル) が記載されたクルーズ案内のちらしがカットとして与えられ、毎週 42 ドルを 52 週蓄えた夫婦は参加に必要な金額を貯めたかどうかを問うている。 $42 \text{ドル} \times 52 > 40 \text{ドル} \times 50 > 1,895 \text{ドル}$ という関係を用いて説明する。実用的な計算である。

7 課は、3 位数から 5 位数の 2 位数倍を学習する。縦計算において、補助数字が 2 位数、3 位等の上であり、間違えずにできるか心配である。

8 課はグラフを作成するための問題解決手法である。砂浜での砂城作成競技会の参加者

を年代別の4グループに分けた表のデータをわかりやすく示すにはどのように表示すればよいかを考える。そして、これをピクトグラフで表す。

9課は掛け算の暗算を学習する。 $15 \times 12 = 30 \times 6 = 180$ という手法を説明する。

10課Aは、湖でどのボートを借りるか決める。ヨット、手こぎボート、足こぎボート、カヌーの各々の台数、定員、料金(30分/1時間)をもとに決める。Bは、1分間の心拍数を計り、それを元に、1時間、1日、1年の心拍数を計算し、表にする。

第7章は、“放課後”がテーマで、1位数による割り算を学習する。3課までは復習である。(5位数) \div (1位数)まで学ぶのが我が国と違う。割り算の説明は我が国の方が行き届いている。

13課から成り、13~15回分の学習内容である。章の目標は「1位数による割り算の概念的理解を発展させる。1位数による割り算を実社会で応用する。概算と問題解決手法を発展させる。代数的思考を発展させる」である。1~8課で割り算を学習し、9~13課で応用する。帰宅後何をするかを調べた結果から作成したピクトグラフを導入に用いる。

1課は割り算のパターンを学ぶ。3年10章2課の復習と発展である。 $5,600 \div 7 = 800$ を、 $56 \div 7 = 8$ 、 $560 \div 7 = 80$ 、 $5,600 \div 7 = 800$ と、 $56 \text{ hundreds} \div 7 = 8 \text{ hundreds}$ を用いて説明する。用語として、商、除数、被除数を説明する。

2課はあまりのある割り算で、3年10章3課の発展学習である。 $125 \div 4$ を学習する。125個の正方形(100個のまとまり1つと10個のまとまり2つとバラの正方形が5つ)を4つのグループに分ける方法(等分除)で説明する。

3課は(3位数) \div (1位数)を学習する。3年10章7課の復習と発展である。 $216 \div 6$ を2課と同様に説明する。練習問題が2頁60題提示される。

4課は数字0が商に現れる計算である。 $316 \div 3$ の筆算を説明する。

5課は文章を読んだ問題解決である。156人が出席する晩餐会では8人用のテーブルが何台必要かを問う。あまりの出る問いについて、商が答えとなる問い、あまりも答えの一部である問い、商に1を加えた数が答えとなる問いがあることを確認させ、4段階手法で解く。

6課は割り算の概算である。被除数を置き換えて概算する。 $213 \div 6$ を概算する。 $180 \div 6 = 30$ でも、 $240 \div 6 = 40$ でも正解になるのが、おもしろい。解が一意でない問いも重要である。

7課は(4位数) \div (1位数)の筆算を学習する。答えが4位数になる場合もある。

8課は(5位数) \div (1位数)の筆算を学習する。答えが5位数の問いもある。あまりがない場合の、掛け算による検算を説明する。あまりがある場合の検算は説明がない。

9課は単位コストの比較を学習する。金銭計算であるため、小数点のある割り算の導入にもなっている。8オンスが12.80ドルのペンキと、6オンスが10.50ドルで単位価格が1.75ドルと書かれたペンキでは、どちらの方が割安かを調べる。そのために、 $12.80 \text{ドル} \div 8$ を計算する。結果の1.60ドルを1.75ドルと比較して前者の方が割安であることを知る。

10課は問題解決手法の学習で、ゲス・アンド・チェック手法を用いる。ゴルフ参加者全員に同数個のボールを配る。参加者は6人以上である。最初ボールは30個あった。配り終わったら6個残った。参加者は何人で、ボールをいくつもらったのか、という問いである。

参加者が6人だったら残りは0になるから、6人でない。7人だったら、残りが2つだからこれも違う。8人だと、3つずつ配って、6つ余るからこれは、解になる。このような方法によって解を求める。12人、24人も解になるがそれは触れていない。

11課は、平均の導入である。バスケットボールの最近の3試合で6点、9点、3点を獲得したTiffanyは平均何点を獲得したか、という問いが提示されて、平均を導入する。そして、総得点を試合数で割った値が平均得点であることを理解させる。

12課では与えられた表を元に平均を求める。バンド部の児童9人がそれぞれ1週間に音楽を鑑賞した時間数を表にまとめたものから平均時間を求める。鑑賞時間が0時間の児童もいる。

13課Aは放課後、148人の児童が水族館に行くのにどの乗り物を使うかを決める問題である。バスは、定員と運転手に払う1時間当たりの料金が示され、電車は、行き帰りの時間帯で異なる料金と時刻表が示される。車で行く場合、一台に四人が乗車して一人当たりのガソリン代が示される。これらの条件で、いくつかの問いに解答し、どれを使うかを決定する。Bは重いものと軽いものでどちらが遠くまで飛ぶかの実験である。物差しの中央部に鉛筆などを置いてシーソーに似たものを作り、一方の端にクリップか消しゴムを置き、他方の端をたたいて、それらがどれくらい飛ぶかを測定する。何度か繰り返して平均を求める。

第8章は、“フィットネス”というテーマで、2位数による割り算を学習する。掛け算の逆演算、引き算の繰り返しの2手法を中心に学習する。説明は我が国のものより形式的な感じがする。

10課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「2位数による割り算の概念的理解を発展させる。2位数による割り算を実社会で応用する。問題解決手法と代数的思考を発展させる」である。1～7課で割り算を学習し、8～10課で応用する。体重100ポンドの人が、1時間続けたときの消費カロリーを4種の運動について記した表から、それぞれを1分運動した場合の消費カロリーを計算したりすることを導入に用いる。

1課は10の倍数同士のパターンを用いた暗算である。 $1,600 \div 20 = 80$ を、 $16 \div 2 = 8$ 、 $160 \div 20 = 8$ 、 $1,600 \div 20 = 80$ を用いて説明する。

2課は2位数による割り算である。7章2課と同様に、補助具を用いた図を利用して $115 \div 12$ と $184 \div 13$ を説明する。前問は、12個ずつに分け、後問は13グループに分ける。包含除と等分除の両方の考え方は既に学習している。

3課は10の倍数による割り算である。 $64 \div 30$ を、補助具を用いた図を利用して、30ずつに分ける。また、筆算式で計算する。我が国の感覚では、2課よりも先に3課の内容を学習すべきと考える。

4課は2位数による割り算の学習で、前課と同様にして $105 \text{ドル} \div 35 \text{ドル}$ を求める。これも我が国では、2課の計算より先に取り上げるの問題と思う。余りのある場合の、掛け算を用いた検算法をここで説明する。

5課は割り算の概算である。 $512 \div 60$ を $540 \div 60$ で概算したり、 $584 \div 23$ を $600 \div 20 = 30$ で概算する。

6課は概算を用いて商の各々の数値を予想して立てる学習である。我が国と特に異なる

手法は用いていない。 $337 \div 52$ を解きながら説明する。

7課は、被除数を切り上げ、除数を切り捨てる概算を学習する。野外活動に参加する78人の児童にサンバイザーを配る。サンバイザーは1箱に24個入っている。全員に配るには何箱必要かという計算を、 $80 \div 20$ で概算して求める。足りないと困るから人数を大めに数える。1箱の量を少なく見積もればその数は確保されるから、少なく見積もる。児童が理解できる説明法が必要である。

8課は文章を読んだ問題解決である。インラインスケートでのスラローム練習のため、スタートラインから4フィートに最初のコーンをおいた。さらに4フィートごとに20ヤードになるまでコーンをおくとコーンは全部でいくつ必要かという問いを4段階手法で解く。フィートとヤードの変換がある分、我が国よりは複雑である。

9課は足し算、引き算、掛け算、割り算、括弧の混じった計算での演算の順序を学ぶ。

10課Aはクラブで備品購入のために110ドルを集めるためにハイキングのための携帯食品を、材料を集めて自分たちで作ったものを販売するか、それとも市販の商品を上乗せした価格で売って調達するかという意志決定問題である。Bは食事がどれだけ運動能力に影響するかを調べる。昼食前と昼食30分後に、足首を押さえての上半身起こし運動を60秒間で何回できるかをそれぞれ計測する。

第9章は、“エンタテイメント”というテーマで、測定値を学習する。

10課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「日常での測定値、メートル法の測定値の概念的理解を構築する。測定値の予想の習得を目指す。問題解決手法を発展させる。測定値を実際の場面で応用する」である。飛び板飛び込み、高飛び込みのメートル表示の高さを提示して導入する。1～4課で日常用いるヤード・ポンド法を学習し、5～10課でメートル法を学ぶ。

1課は長さにおける復習で、様々なものの長さを、目測と、種々の物差しと巻き尺を用いた実測で計る。自宅から学校までの距離は、スクールバスの走行距離メータを使う。

2課は3年次11章2,3課の復習で、容量と重さの各種単位を確認する。

3課は長さ、容量、重さにおける単位の変換を掛け算、割り算を用いて行う。2トンをポンド（1トン＝2000ポンド）で表す問いもある。ショーでイルカが跳ねた高さ6フィートをインチに変換する。

4課は文章を読んだ問題解決である。ポリビア人の音楽家が持っているフルートに似た楽器の長さは13インチだが、それはおおよそ2フィートとってよいか、という問いを4段階手法で解く。

5課はメートル法の長さの学習である。キロメートル、メートル、デシメートル、センチメートル、ミリメートルを学ぶ。メートル法表示の物差しなどを用いて計測する。

6課はメートル法の容量と重さの学習である。リットル、ミリリットル、グラム、ミリグラムを学ぶ。容器やものを見せて、○リットルか○ミリリットルかとか、○グラムか○ミリグラムを答えさせる。

7課はメートル法における長さ・容量・重さの、それぞれの単位の変換である。サーカスの綱渡りが地上20メートルで演技している。その高さをセンチメートルに換算させる。

8課は問題解決手法の学習である。容量が8ガロンと5ガロンのバケツ一つずつを用い

て6ガロンの水を容器に汲む方法を、論理的推論を用いて4段階手法で求める。

9課は温度の学習で、摂氏と華氏で温度を表す。1章で学習した負数が久しぶりに登場する。雪だるまを作る日の温度は、摂氏20度か華氏20度かを問うたりする。

10課Aは子供の友達11人を招いてサッカーパーティーを開くのに、肉商品、フルーツ、ジュースをどれだけ準備するかを決定する。重量、容量、長さなどの単位で価格が提示されている。Bは光に当てたとき、色の違いでどのように熱くなるかを調べる。白い紙、黒い紙、アルミホイルを用意し、それらを10分間太陽に曝し、最初と終わりの温度を計り、温度差を調べる。

第10章は“世界中の形”というテーマで、図形を学習する。学習する図形は我が国より多い。さらに、閉じた図形、開いた図形を学習する。数学を学んだものとしては、このような概念を習得させたいと考える。対称も説明する。

14課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「図形の合同と相似の概念を習得する。線対称と点対称の概念を導入する。面積、周長、体積の概念的理解を構築する。平面図形及び立体図形の分別を習得する。幾何を実際の場面で応用する。問題解決手法と代数的思考を発展させる」である。これらはほとんどが3年次に学習済みである。我が国に比べると学習内容が大きくは発展していない。1～6課で図形を学習し、7～14課でそれを応用する。巨大な建築物の写真を提示して、それに現れる様々な2次元、3次元の図形を確認することを導入にする。

1課は立体図形を学ぶ。四角錐、三角錐、立方体、直方体、円錐、三角柱、円柱、球などの形、面、辺、頂点の個数、さらに展開図を学習する。我が国の現在の指導要領では6年生で扱う内容である。

2課は平面図形の学習で、3年12章4課で学んだ、閉じた図形と開いた図形、および多角形の復習である。ピカソの作品を一つ提示し、それに開いた図形がないことを確認させる。続いて、学んだ定義を確認する問題が出される。定義を確認し、条件を満たす図形かどうかを調べる問いは重要である。

3課は直線、半直線、線分を学習する。平行な直線、交わる直線、垂直な直線、端点、円、弦、直径、半径の定義を知る。

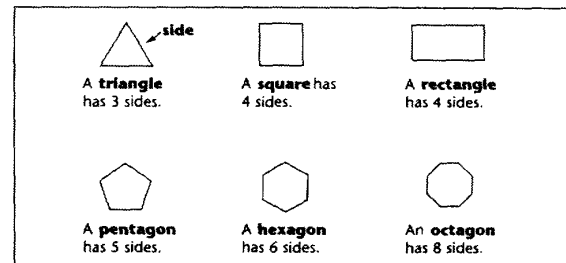
4課は角の学習で、直角、鋭角、鈍角、4分の1周(90°)、半周(180°)、4分の3周(270°)、1周(360°)を学習する。

5課は3年12章5,6課の復習である。新たに辺の長さが示される。三角形と四角形を学ぶ。二等辺三角形、正三角形、不等辺三角形、鈍角三角形、鋭角三角形、直角三角形の定義を知る。続いて、正方形、長方形、平行四辺形、菱形、台形を学ぶ。

Example 2

Polygons are closed 2-dimensional figures that have straight sides. A circle is a closed figure, but it does not have straight sides. A circle is not a polygon.

You can group polygons by the number of sides that they have.



In Picasso's painting, there are triangles, rectangles, and pentagons.

Try It

Tell whether each figure is open or closed. Is it a polygon? If so, classify the figure.

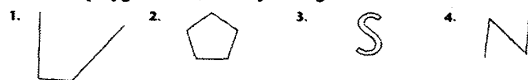


図8. いろいろな図形

6課は、文章を読んだ問題解決である。縦の辺の長さが5インチ、横の辺の長さが3インチの長方形の、上辺の上に一辺の長さが3インチの正三角形が乗っている図が与えられ、両図形の共通辺のみが長さが与えられておらず、それを求める問いとなっている。正三角形の残りの一辺と見なしても、あるいは長方形の残りの一辺と見なしても解ける問いで、二つの全くの別解法がある。どちらかの解法を知っている児童も解けるし、両方の解法を知っている児童は自分の解を確認できる。

7課は合同と相似の学習で、3年12章8課の発展である。格子点を結んだ五角形など様々な図形について、合同と相似を学習する。

8課は平行移動、折り返し、回転の学習で3年12章9課の発展である。格子点の入った用紙を用いてそれらを学習する。多角形以外の図形も用いるのが我が国と異なる。

9課は線対称と回転対称の学習で、3年12章10課の発展である。点対称と異なって、回転対称では、180度より小さい回転で重なる場合でもよい。よって正三角形は点対称ではないが回転対称である。

10課はパターンを求める問題解決手法である。繰り返し模様で平面を埋め尽くすテセレーションのパターンを4段階手法で求める。

11課は周長を求める。3年12章12課の発展である。xy平面で、辺がすべてx軸またはy軸と平行な図形の周長を求める。3年次と同様に、各辺の長さをそのまま加えれば全長が求まる事を述べている。4年生なら既に当然と思っている事実でなかろうか。

12課は面積の学習で、3年次12章13課の発展である。8行5列のタイル板にはタイルがいくつあるかを計算する。いくつかの正方形や長方形に分解できる図形の面積を求める。フィート、センチメートル各々の単位で示された図形で学習する。

13課は体積の学習で、単位立方体を並べた長方形を積んで得られた直方体の体積を、単位立方体を数えて求める。図形が3年次より大きくなっているが大きな発展はない。

14課Aは、64平方フィートの広さの花壇を作るが、フェンス作成に費用がかかる。どのような形の花壇がよいかという問いで、他章のこれまでの意志決定問題とは趣が違ふ。Bは、方向を表す連続模様を作成する。目的がよくわからないところがある。

Example 2

Find similar figures.

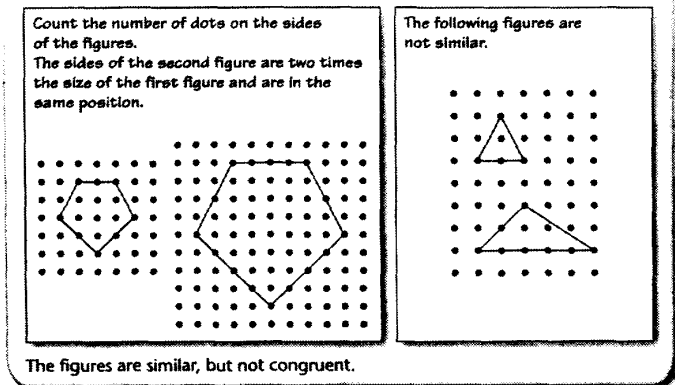


図9. 合同と相似

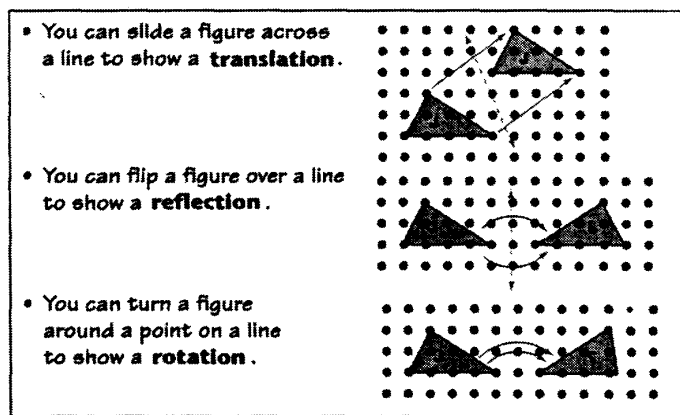


図10. 平行移動、折り返し、回転

第11章は、“遊園地”というテーマで、分数と確率を学ぶ。我が国では確率は学習しない。このような形で分数の単元に導入する策を考えたい。

12課から成り、13～15回分の学習内容である。2年11章、3年13章から続く。章の目標は「分数、帯分数、大きさが同じ分数の概念的理解を構築する。分母が同じ分数の和と差の習得を目指す。代数的思考を発展させる。問題解決手法を発展させる」であるが、和と差は次章で学習し、本章ではそれには触れていない。他の目標は3年次と同じである。1～7課で分数を学習し、8～12課で確率を学習する。遊園地での、帯分数や $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{3}{4}$ の分数を用いて表された乗り物の待ち時間リストを導入に用いる。

1課は、全体のいくつ分についてそれを表し、書き、読むことの復習である。的を扇形に6等分したうちの二つの部分が赤く塗られていると、その部分は全体の6分の2である事、表示法、分子と分母を復習する。

2課は、グループの中の、部分の概念の復習である。動物のぬいぐるみ9個のうち5個がブタの時、ぬいぐるみのうちの $\frac{5}{9}$ がブタであることを確認する。1課における全体のいくつ分と、2課におけるグループのいくつという概念は我が国では用いない。導入の必要もないと思う。

3課は同じ大きさの分数と既約分数を求める学習である。 $(\frac{1}{12}$ が6つ) $=\frac{6}{12}$ 、 $(\frac{1}{8}$ が4つ) $=\frac{4}{8}$ 、 $(\frac{1}{6}$ が3つ) $=\frac{3}{6}$ 、 $(\frac{1}{4}$ が2つ) $=\frac{2}{4}$ 、 $\frac{1}{2}$ はすべて大きさの同じ分数である事を図で説明するが、説明不足の感がある。分子と分母に同じ数を掛けたり、同じ数で割ったりしても説明するがこれも天下りの的である。公約数はまだ学んでおらず、既約分数の概念を見童がどこまで理解できるか危惧する。

4課は分数の比較と順序づけである。分母が同じか2倍の場合の分数の大小を調べる。通分の概念を導入する。 $\frac{3}{4}$ と $\frac{5}{8}$ を比較する。 $\frac{1}{4}$ の3つ分と、 $\frac{1}{8}$ の5つ分を分数帯を用いて求める方法、0から1までを8等分して、 $0, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, 1$ のメモリのついた数直線で考える方法、代数的に $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2}$ と計算する方法の3手法で説明する。

5課は文章を読んだ後の問題解決である。“1ダースの子供が遊園地

There's more than one way!
You can use fraction strips to show other fractions that name the same number.

Method A

Fraction Strip Used	Number of Sections	Equivalent Fraction
	4	$\frac{4}{8}$
	3	$\frac{3}{6}$
	2	$\frac{2}{4}$

These are called **equivalent fractions**.

Method B

You can multiply to find equivalent fractions. Multiply the numerator and the denominator by the same number.

Think equals multiplied by equals are equal!

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4} \quad \frac{2 \times 2}{4 \times 2} = \frac{4}{8} \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$$

May could use $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6},$ or $\frac{4}{8}$ to tell what fraction of the shirts are blue.

図11. 同じ大きさの分数

There's more than one way!
Compare $\frac{3}{4}$ and $\frac{5}{8}$ to solve.

Method A

You can use fraction strips to compare fractions.

$\frac{3}{4} > \frac{5}{8}$

Method B

You can use a number line to compare fractions.

$\frac{3}{4} > \frac{5}{8}$

Method C

You can write equivalent fractions with the same denominator.

$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$ Since $\frac{6}{8} > \frac{5}{8}$, then $\frac{3}{4} > \frac{5}{8}$.

Miko uses more of her tickets.

図12. 分数の比較

に行き、その $\frac{3}{4}$ の子が回轉木馬に乗った。Cindyは9人の子が回轉木馬に乗ったと考えたが、それは正しいか”という問いを4段階手法で解く。

6課はグループの部分を求める。例題で、キューブ12個の $\frac{3}{4}$ を求める。 $\frac{3}{4}$ が $\frac{1}{4}$ の3つ分であることを用いる。

7課は帯分数と仮分数の変換を学習する。 $1\frac{1}{4}$ を仮分数に直すのに、 $1 = \frac{4}{4}$ 、 $\frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ と説明する。 $\frac{7}{4}$ を帯分数にするのに、 $7 \div 4 = 1$ あまり3であるから、 $1\frac{3}{4}$ と説明する。

8課は確率の学習である。同じように起きる、偏って起きる、不可能、確実の概念を導入する。回轉する円形的的を扇形に何色かに塗り分けて、各色の部分に矢が当たる確率を用いてこれらの概念を導入する。

9課では確率を実際に求める。さいころを50回振って1～6がそれぞれ何回出たかを表にまとめる。また、2か3の目が出る期待値を分数で表す。

10課は問題解決手法の学習で樹形図を描いて考える。2つの的のうち1つは3等分されて黄、緑、紫に塗り分けられており、他の1つは等分されて、赤、青に塗り分けられている。それぞれの的にボールを1つ当てると当たった場所の色の組み合わせは全部で何通りになるかという問題を、樹形図を書きながら考える。

Example 2

In Spinner 1, there is an **equally likely** chance of spinning red, blue, green, and yellow.
 Spinner 2 is more likely to spin blue than any other color. It is **unlikely** to spin yellow.
 In Spinner 3, it is **impossible** to spin red.
 Spinner 4 is **certain** to spin red.

図13. 確率の導入

11課は予測の学習で、期待値を学習する。10等分された各々の扇形に異なる数字が書かれた的で針を回して止まったところの数を記録するという実験を50回繰り返すと、1は何回出るかを予想し、実際に行う。そして結果と予想を照らし合わせる。

12課Aは的、カード、3色の市松模様がそれぞれいくつか提示され、その中で、各色が同じ確率で定まるように塗り分けられているものを選ぶ。Bは、固形物が水に溶ける時間を調べる学習である。発泡性の錠剤を、そのまま、2等分した2かけら、4等分した4かけらの3つに分けてそれぞれ等量の水に溶かして溶けるまでの時間を調べる。

第12章は“頭によい食べ物”というテーマで、分数計算を学習する。分母が等しい場合の足し算と引き算は3年次13章の復習である。公約数についての知識を時間をかけて説明することなく約分を行うことには疑問を感じる。

10課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「分数、帯分数、大きさが同じ分数の概念的理解を構築する。分母が異なる分数の和と差を導入する。問題解決手法と代数的思考を発展させる。分数を実際の場面で応用する」である。1～3課で分母の同じ分数を扱い、4～10課で分母の異なる分数を扱う。

1課は分母が等しい分数の足し算と既約分数を復習する。最大公約数を定義するが、余り詳しく説明しない。 $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ を計算するのに、まず分子を足し、分母は共通の8を使い、最後に約分すると説明している。

2 課は分母が等しい分数の引き算を復習する。 $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$ を求めるのに、 $\frac{1}{4}$ が3つ分から1つ分を引く計算を行った後、 $\frac{2}{4}$ の分母と分子を、最大公約数2で割る。

3 課は文章を読んだ問題解決である。全部で8切れある料理の3切れを食べた時の残りを分数で表す問題である。 $\frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ と計算する。

4 課は分母が異なる分数の足し算を調べる。 $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ を求める。分数帯を用いて通分を説明する。 $\frac{3}{5} + \frac{7}{10} + \frac{1}{5}$ や $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$ など3つの分数を足す問題も出される。

5 課は分母が異なる分数の足し算を計算する。 $\frac{1}{5} + \frac{1}{10}$ を使って説明する。“5の倍数として、5、10があり、10の倍数として10があるから、通分すると分母が10である。 $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$ となり、3と10の最大公約数が1であるから $\frac{3}{10}$ は既約である”と説明する。最大公約数も公約数も、まだ学習しておらず、指導法に疑問を感じる。

6 課は問題解決手法の学習で、“より単純な問題で考える”手法を用いて解く。チーズと肉のスライスをお皿に盛って(デリプラッタ)もてなしたい。肉とチーズを等量にしたいが、そうなるかどうかを調べる学習である。リストにあるのは、ローストビーフ $\frac{1}{4}$ ポンド、七面鳥の胸肉 $\frac{1}{2}$ ポンド、ハム $\frac{1}{4}$ ポンド、サラミ $\frac{1}{4}$ ポンドそしてアメリカンチーズ $\frac{1}{3}$ ポンド、スイスチーズ $\frac{1}{3}$ ポンド、プロボロンチーズ $\frac{1}{3}$ ポンドである。量が分数でなく、整数の場合の問題であれば、肉は $1 + 2 + 1 + 1 = 5$ ポンドであり、チーズは $1 + 1 + 1 = 3$ ポンドとなって、肉の方が多いと結論づける。これから推測して、 $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$ となって肉の方が多いと解いている。整数の場合は足して解くから、分数の場合も足して解けばよいという事のようなのだが、判りにくい感じもする。

7 課は分母が異なる分数の引き算を調べる。足し算の4課に対応する。分数帯を用いて $\frac{9}{10} - \frac{1}{2}$ を説明する。約分の作業も含まれる。

8 課は分母が異なる分数の引き算を計算する。足し算の5課に対応しており、指導法も足し算の時と同様の手法を用いる。

9 課は分数計算の規則を知り、それを実際の計算に応用する。交換法則と結合法則を用いて、 $\frac{7}{8} + \frac{1}{8} + \frac{3}{4} = (\frac{7}{8} + \frac{1}{8}) + \frac{3}{4} = 1 + \frac{3}{4} = 1\frac{3}{4}$ というように計算に利用できる事を示す。0を足しても引いても元の数と変わらないという恒等法則が分数に対しても成り立つ事を学習させる。

10課Aは残量が分数表示されている様々な1クォートビンのジュースを用いてフルーツポンチをちょうど1クォート作るには、どれを使えばよいかを決定させる。Bは静電気の実験である。鉛筆の中央からぶら下げた糸を髪の毛でこすった風船やクレヨン、靴下などに近づけて変化を観察する。本章とは全く関係のない理科の実験である。

第13章は、“輝く光、大都会”というテーマで、分数と小数の関係を学習する。two tenthsがtwenty hundredthsであり、前者は0.2であって $\frac{2}{10}$ であること、後者は0.20であって $\frac{20}{100}$ であるという日本語にはない英語の表現を使って説明しており、我が国には導入が難しい指導法である。我が国とは異なって3位小数も導入する。

9課から成り、11～13回分の学習内容である。章の目標は「分数と小数の概念的理解を構築する。問題解決手法と代数的思考を発展させる。小数を実際の場面で応用する」である。1～4課で小数を学習し、5～9課でそれを応用する。全米4都市の年間降雨量の表

を導入に用いる。

1 課は分数と小数を調べる。3年14章2課の発展である。1 ますが百分の一を表す10×10の方眼を用いて、その0.25を表す部分（左端2列全部と3列目の下から5個）を色塗りさせる。これが全体のどれだけを表した事になるのか分数で答えさせて、0.25と $\frac{25}{100}$ が等しい事を理解させる。twenty-five hundredthsが0.25と $\frac{25}{100}$ の両方を意味する言語なので、日本語の場合にそのまま応用できる手法ではない。0.5と0.50が等しい事、 $\frac{50}{100}$ が $\frac{5}{10}$ と等しく $\frac{1}{2}$ である事を用いて、0.5が $\frac{1}{2}$ である事を説明する。また、0.75が $\frac{3}{4}$ である事を説明する。

2 課は2位小数を導入する。0.15を方眼で表し、 $\frac{3}{5}$ を $\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = 0.6$ と変形して小数に直す。

3 課は野球選手の生涯打率0.344を用いて小数の読み方を学習する。

4 課は文章を読んだでの問題解決である。“地下鉄利用者100人に聞いたところ、そのうちの0.25の人はA列車に一番良く乗り、 $\frac{3}{4}$ の人はB列車に一番良く乗ると答えた。A列車、B列車どちらにより多くの人に乗るか”という問いを4段階手法で解く。小数を分数に直すのと、分数を小数に直すの両手法を示している。

5 課は、1より大きい小数の学習で、ニューメキシコ州サンタフェの標高 one and thirty-two hundredths miles (1.32マイル) を小数と帯分数で表す。

Example

Ones	Tenths	Hundredths	Thousandths
0	.	3	4

Read: three hundred forty-four thousandths
 Fraction: $\frac{344}{1,000}$ Decimal: 0.344

Read a decimal by reading the number and the place value of the last digit at the right.

More Examples

A

Ones	Tenths	Hundredths	Thousandths
0	.	0	2

Read: twenty-seven thousandths
 Fraction: $\frac{27}{1,000}$ Decimal: 0.027

B

Ones	Tenths	Hundredths	Thousandths
0	.	0	0

Read: five thousandths
 Fraction: $\frac{5}{1,000}$ Decimal: 0.005

図14. 小数の読み方

6 課は小数の比較と順序づけである。8.3と8.1を比べるのに、数直線で調べる方法と、まず整数部分の8と8を調べ、等しいので小数1位を調べて、1と3だから8.1 < 8.3とする方法を提示している。6.49, 6.41, 6.57, 7.03の4数を大きい順に並べる問いが出される。この程度の問題は我が国でも解かせるべきである。

7 課は問題解決手法の学習である。“GreentreeはBoontownの4.5km東にあり、RockfordはGreentreeの3.5km東にある。そしてPark CityはGreentreeの3.1km東にある。これらの場所を東から順に記しなさい”という内容の問題を、図を描く手法で解く。センチメートルの物差しを用いて、4箇所の東西の位置関係を、キロメートルをセンチメートルで計って描いて考える。

8 課は小数の概数を学ぶ。“1988年のソウルオリンピックにおけるジョイナーの女子100メートル走記録は、時速24.58マイルと驚異的であった。これを一番近い整数に直すといくつか”という問いが提示される。数直線を用いて解き、24.58が24.5と24.6の間にあり、24よりも25に近いから解は25であるとする。また、小数1位までの近似も説明する。なお、ジョイナーのソウルオリンピックでの100メートル走における実際の記録は10.62秒であり、これは、時速21.07マイルに換算される。また時速24.58マイルは100メートルを9.10秒で走る事になる。

9課Aは1メートル四方の板の中に駅、銀行、家などの建物や樹木を配置して町を作る学習である。25ドル以内で建物などのどのモデルを購入するかを決定する。Bは野球のピッチャーはキャッチャーにより近いところから投げの方がストライクになりやすいかどうかの実験を行う。1.5m, 3.0m, 4.5m, 6.0mの各距離からそれぞれ10回ずつ同じ的に向かって投球して当たった回数を調べる。

第14章は“飛行機、列車、車”がテーマで、小数を学習する。3位小数までの足し算、引き算を学習する。小数の3倍を求める計算が計算方法の説明なしに出される。

10課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「小数の場合の、足し算の法則の概念を導入する。小数の足し算と引き算に習熟する。問題解決手法と代数的思考を発展させる。小数を実際の場面で応用する」である。

1～4課で小数を学習し、5～10課で応用する。各国の高速鉄道の速度が提示され、日本ののぞみは時速345.6マイルで世界最速になっている。挿し絵は富士山を背景として疾走する新幹線のぞみ号である。

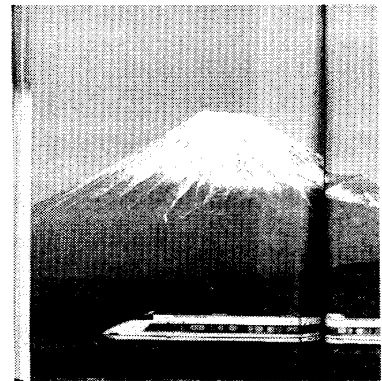


図15. 14章の挿絵

1課は補助具を用いた小数の足し算で、3年14章6課の復習である。2位小数の足し算を100マスの正方形方眼紙を用いて学習する。

2課は小数の筆算の足し算を学ぶ。小数点を取った整数同士の計算と比較しながら学習する。また、位数が異なる小数の場合、0を付け加えて桁をそろえる。我が国でも場合によっては考えてよい指導法である。

3課は小数の足し算の概算で、小数1位を四捨五入して足し算して整数値で近似する。整数の場合と特に大きな違いは見られない。

4課は文章を読んだ問題解決である。“Jebは仕事に行く日には、行き帰りに自転車を使っ

ています。家から仕事場までの距離は3.25マイルです。往復で何マイル自転車に乗りますか”という問いの文を読んで4段階手法で解く。問題を解くのに関係のない文もある。日常の文章を用いる手法は我が国でも必要であろう。これはまた、小数の掛け算の導入にもなっている。

5課は小数の引き算を補助具を用いて学ぶ。引かれる小数に対応するマス目から、引く小数に対応するマス目を取り除いて、それを数えるだけで理屈というものはない。4年生になってもこのようなものが必要かという気もするが、逆にこれらを用いると理解しやすい児童が我が国にもある程度存在するのも知れない。

Example 1

Find $24.67 + 50.49$ to solve.

Adding decimals is like adding whole numbers.

Whole Numbers	Decimals
$\begin{array}{r} 2467 \\ + 5049 \\ \hline 7516 \end{array}$	$\begin{array}{r} 24.67 \\ + 50.49 \\ \hline 75.16 \end{array}$
	<p>Write the decimal point in the sum.</p>

1

Line up the decimal points.

$$\begin{array}{r} 24.67 \\ + 50.49 \\ \hline \end{array}$$

2

Add each place. Regroup if needed.
Write the decimal point.

$$\begin{array}{r} 24.67 \\ + 50.49 \\ \hline 75.16 \end{array}$$

図16. 整数と小数の足し算

6 課は筆算による小数の引き算を学ぶ。我が国と同様に計算するが、繰り下がりの数の書き方の説明は詳しくない。

7 課は小数の引き算の概算で、小数 1 位を四捨五入して引き算して整数値で近似する。整数の場合と特に大きな違いは見られない。

8 課は、問題解決手法の学習である、まず簡単な問題を考え、同じようにして複雑な問題を解いていく。ここでは、小数の問題を、類似の整数問題を考えてそれから解法を類推して解く。旅行に行くのに、鉄道料金は大人が一人 8.29 ドル、子供は一人 5.49 ドルかかる。大人 3 人、子供 3 人で出かけるといくらかかるか、という問いを解くのに、大人が 8 ドル、子供が 5 ドルの

場合をまず考え、そして同様の式を立てて 4 段階方式で解く。小数の 3 倍の求め方は、これまで学習しておらず、少し乱暴な手法にも思える。

9 課は足し算と引き算の法則を小数の場合にも適用して計算する。 $1.2 + 3.4 + 0.8$ を交換法則と結合法則を用いて、 $(1.2 + 3.4) + 0.8$ 、 $(3.4 + 1.2) + 0.8$ 、 $3.4 + (1.2 + 0.8)$ 、 $3.4 + 2.0 = 5.4$ と変形して解く。また、恒等法則を用いて $5.5 + 0 = 5.5$ 、 $0.4 - 0.4 = 0$ を説明する。

10 課 A は、1 週間のドライブ旅行に出かけるのに、3 つのルート of のどれを使うかをルートマップを見ながら決める問題である。ガソリン代はいくらになるか、区間の距離を加える計算をして何マイル走行するか等を問うている。B は消費電力を、料金にして 1 日 50 セント分減らすにはどうすればよいかという問いで、種々の電気製品を 1 時間使用した場合の電気料金をまとめた表を見ながら考える。

終わりに

3 年次の内容と同程度に近いことの学習に相当の時間が費やされている。能力に差のある児童が使う教科書であれば、それも一つの解決策かも知れない。習熟度別授業を取り入れる学校もある現在、復習に力を注がなくてはならない児童も多い。我が国の教科書思想とは異なるが、個に応じた学習を推進するには、参考にすべき点も多い。

Example 2

Find $0.9 + 2.57 + 3.52$ to solve.

1

Line up the decimal points.
Add zeros if necessary.

$$\begin{array}{r} 2.57 \\ 0.90 \\ +3.52 \\ \hline \end{array}$$

2

Add as you would with whole numbers.
Write the decimal point in the sum.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2.57 \\ 0.90 \\ +3.52 \\ \hline 6.99 \end{array}$$

Think: Look for doubles or make a ten to make it easier to add.

The packages weigh 6.99 pounds.

More Examples

C

$$\begin{array}{r} 0.478 + 0.23 \\ \hline 0.478 \\ + 0.230 \\ \hline 0.708 \end{array}$$

D

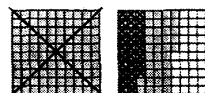
$$\begin{array}{r} 52.6 + 0.832 \\ \hline 52.600 \\ + 0.832 \\ \hline 53.432 \end{array}$$

図17. 0 の付け加え

Make Connections

Here is how you can find $1.65 - 1.28$.

Using Models



Using Paper and Pencil

Subtract each place.
Regroup if needed.

$$\begin{array}{r} 1.65 \\ -1.28 \\ \hline 0.37 \end{array}$$

図18. 引き算の説明

